التعداد

1)المبدأ العام للتعداد

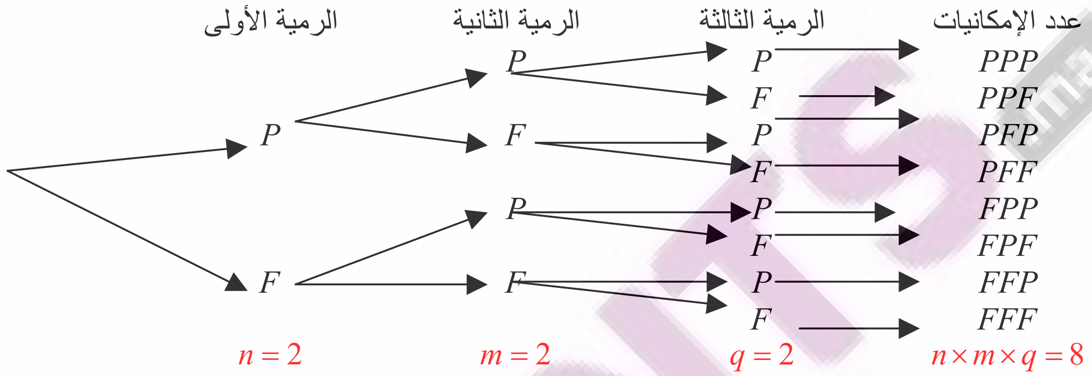
أ-نشاط

نذكر أن قطعة نقود تتكون من وجهين $(P;F)$

نرمي قطعة نقود ثلاث مرات . ما هو عدد الإمكانيات .

الجواب :

شجرة الإختيارات أو السبل



عدد الإمكانيات هو $n\times m\times q=8$

ب-تعريف

نعتبر مثلا 3 اختيارات إذا كان الإختيار الأول يتم ب n كيفية مختلفة و الإختيار الثاني يتم ب m كيفية مختلفة و الإختيار الثالث يتم ب q كيفية مختلفة فإن عدد الكيفيات التي يتم بها هذه الإختيارات هو : $n\times m\times q$ (المبدأ العام للتعداد)

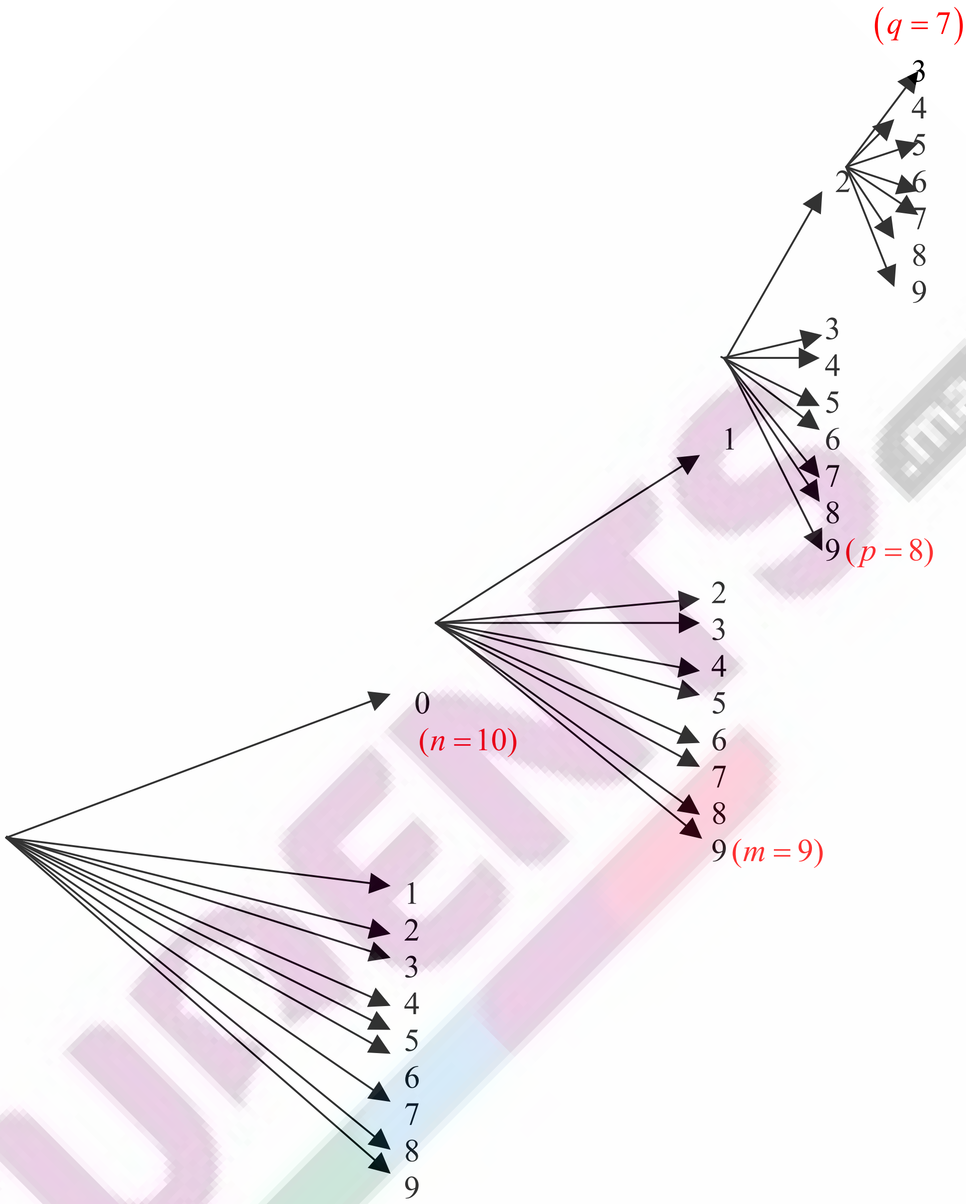
2)الترتيبات

أ-نشاط

لتشغيل الهاتف المحمول ، يجب الضغط على الأزرار التي تحمل الأرقام الأربعة المكونة للقن السري حسب ترتيبها و إلا يغلق تلقائيا .

- ما عدد الأقنان السرية الممكنة إذا افترضنا أن الأرقام المكونة لها لا يمكن تكرارها ؟
- نفترض أن الأرقام المكونة للقن السري هي 1،2،3،4 ما عدد الأقنان السرية الممكنة ؟

الجواب



<u>السؤال الأول</u>

-لا حظ أنه يمكننا اختيار الرفم الأول للقن من بين 10 أرقام مختلفة أما الثاني ب 9 كيفيات مختلفة حتى لا يتكرر العدد و الثالث إذن من بين 8 و الرابع من بين 7 . نقول لقد رتبنا 4 أرقام من بين 10 أرقام و كل نتيجة هي عبارة عن ترتيبة .

حسب المبدأ العام للتعداد فإن عدد هذه الترتيبات هو $10\times9\times8\times7$ و نرمز له ب A_{10}^{4} أي $A_{10}^{4}=10\times9\times8\times7$

لاحظ أنه في الكتابة A_{10}^{4} العدد 4 يشير إلى عدد عوامل الجداء

لاحظ أنه في الكتابة A_{10}^{4} العدد 10 يمثل العدد الذي يبتدأ منه الجداء في اتجاه تناقصي

<u>السؤال الثاني</u>

في السؤال الثاني سوف نرتب 4 أرقام من بين 4 أرقام أي : $A_{4}^{4}=4\times3\times2\times1=24$

ب-تعريف

لتكن p و n عددين صحيحين طبيعيين حيث $1 \leq p \leq n$.

كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر يسمى ترتيبة ل p عنصر من بين n . و نرمز لعدد الترتيبات ل p عنصر من بين n بالرمز A_n^p $A_n^p = \underbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots\ldots}_{p \text{ من العوامل}}$

3) التبديلات

أ-تعريف

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا و غير منعدم .نسمي تبديلة كل ترتيبة ل n عنصر من بين n عنصر .

نرمز لعدد التبديلات ل n عنصر بالرمز $n!$ أي $n! = A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots\ldots \times 2 \times 1$

$0! = 1$

ب-أمثلة

احسب مايلي :

$A_6^2; A_7^3; A_6^3; A_6^6; 3!; 4!;$

$A_6^2 = 6 \times 5 = 30$

$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$

$A_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

$A_6^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

4) التأليفات

أ-نشاط

لاجتياز امتحان شفوي على كل تلميذ أن يجيب على السؤالين المسحوبين عشوائيا من بين الأسئلة الخمسة المقترحة ما هو عدد السحبات ؟

بطبيعة الحال الأسئلة المسحوبة هي عبارة عن أجزاء تتكون من سؤالين :

$\{Q_1;Q_2\}$-$\{Q_1;Q_3\}$-$\{Q_1;Q_4\}$-$\{Q_1;Q_5\}$-$\{Q_2;Q_3\}$-$\{Q_2;Q_4\}$-$\{Q_2;Q_5\}$-$\{Q_3;Q_4\}$-$\{Q_3;Q_5\}$-

$\{Q_4;Q_5\}$.إذن عدد السحبات هو 10.

كل جزء من هذه الأجزاء يسمى تأليفة ل عنصرين من بين 5 عناصر و عدد هذه التأليفات هو 10 و نرمز له ب C_5^2 أي

$C_5^2 = 10$. (لاحظ أن $C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$)بصفة عامة إذن : $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{A_n^p \times (n-p)!}{p!(n-p)!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

أ-تعريف

لتكن E مجموعة تحتوي على n عنصر . كل جزء من E يحتوي على p عنصر $(p \leq n)$ يسمى تأليفة ل p عنصر من بين n عنصر . نرمز لعدد التأليفات ل p عنصر من بين n بالرمز C_n^p .

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

ج-أمثلة

احسب : $C_n^0;C_n^1;C_n^n;C_n^{n-1};C_5^0;C_7^1;C_{13}^{13};C_5^4;C_8^3$

$$C_n^0=\frac{n!}{0!\times n!}=\frac{n!}{n!}=1$$

$$C_n^1=\frac{n!}{1!\times(n-1)!}=\frac{(n-1)!\times n}{(n-1)!}=n$$

$$C_n^n=\frac{n!}{n!\times 0!}=1$$

$$C_n^{n-1}=\frac{n!}{(n-1)!\times 1!}=\frac{(n-1)!\times n}{(n-1)!}=n$$

$$C_5^0=1$$

$$C_7^1=7$$

$$C_{13}^{13}=1$$

$$C_5^4=5$$

$$C_8^3=\frac{8!}{3!\times 5!}=\frac{5!\times 6\times 7\times 8}{3!\times 5!}=\frac{6\times 7\times 8}{3\times 2\times 1}=7\times 8=56$$

5)السحب الآني   السحب بالتتابع و بدون إحلال   السحب بالتتابع و بإحلال

يحتوي صندوق على كرتين سوداوتين و ثلاث كرات حمراء و خمس كرات صفراء .
نسحب **ثلاث** كرات من هذا الصندوق.
ما هو عدد السحبات الممكنة في الحالات التالية

أ- إذا كان السحب آنيا ؟
ب- إذا كان السحب بالتتابع و بدون إحلال؟
ت- إذا كان السحب بالتتابع و بإحلال؟

أ- $C_{10}^3=\frac{10!}{3!\times 7!}=\frac{7!\times 8\times 9\times 10}{6\times 7!}=\frac{8\times 9\times 10}{6}=4\times 3\times 10=120$

ب- $A_{10}^3=10\times 9\times 8=720$ أو $C_{10}^1\times C_9^1\times C_8^1=10\times 9\times 8=720$

ت- $C_{10}^1\times C_{10}^1\times C_{10}^1=10\times 10\times 10=1000$