www.students.ma

المادة: الرياضيات

ملخص لدرس المتتاليات العددية

مستوى: السنة الأولى من سلك الباكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

المتتاليات الحسابية: تذكير

تمرين تمهيدي

لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1. $0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\ldots$
2. $6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \ldots\ldots$
3. $1, 3, 9, 27, 81, 243, \ldots\ldots$
4. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots\ldots$
5. $1, 2, 4, 9, 16, 32, 64, \ldots\ldots$

مثال : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $u_n = 2n-1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- أحسب حدها الأول u_0
- أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$
- أحسب $u_{n+1}-u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1. تعريف :

نقول إن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية حسابية إذا وجد عدد حقيقي r بحيث : $u_{n+1} = u_n + r \quad \forall n \geq n_0$

العدد الحقيقي r يسمى أساس المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$

مثال : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $u_n = 2n+3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب : $u_{n+1}-u_n$
2. ماذا تستنتج ؟

2. صيغة الحد العام للمتتالية بدلالة n :

إذا كانت (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_{n_0} فان : $u_n = u_{n_0} + (n-n_0)r$

نتيجة : إذا كانت $(u_n)_{n\geq n_0}$ متتالية حسابية أساسها r فان : $u_n = u_p + (n-p)r$ لكل $n \geq n_0$ و $p \geq n_0$

3. مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية :

لتكن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية حسابية

نضع $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n$ حيث $n \succ p \geq n_0$

لدينا $S_n = (n-p+1)\left(\frac{u_n + u_p}{2}\right)$

المجموع $S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n$ يحتوي على $(n-p+1)$ حد

الأستاذ : نجيب عثماني

www.students.ma

www.students.ma

مثال : :

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0=1$

أحسب المجموع التالي : $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ و حدها الأول $u_0=4$

أحسب المجموع التالي : $S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}$

تمرين4 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=\frac{n+3}{4}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ حسابية
2. أحسب المجموع : $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_6$

المتتاليات الهندسية

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=2\times 3^n$

1. أحسب حدها الأول u_0
2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$
3. ماذا تستنتج ؟

1. تعريف:

نقول إن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية هندسية إذا وجد عدد حقيقي q بحيث : $\forall n\geq n_0\quad u_{n+1}=qu_n$

العدد الحقيقي q يسمى أساس المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$

مثال : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

2.صيغة الحد العام للمتتالية بدلالة n :

إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_{n_0} فان : $u_n=u_{n_0}q^{n-n_0}$

نتيجة : إذا كانت $(u_n)_{n\geq n_0}$ متتالية هندسية أساسها q غير منعدم فان : $u_n=u_mq^{n-m}$ لكل $n\geq n_0$ و $m\geq n_0$

3.مجموع حدود متتالية لمتتالية هندسية :

لتكن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية هندسية أساسها q غير منعدم نضع $S_n=u_p+u_{p+1}+u_{p+2}+\cdots+u_n$

حيث $n\succ p\geq n_0$ لدينا :

- إذا كان $q\neq 1$ فان : $S_n=u_p\left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-p}\right)$
- إذا كان $q=1$ فان : $S_n=(n-p+1)\times u_p$

مثال : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية : $u_{n+1}=3\times U_n$ و $u_0=2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية
2. أعبر عن U_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_6$

الأستاذ : نجيب عثماني

www.students.ma