

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
( الدورة العادية: 2005 )

مدة الإنجاز: 2س و30د  
المعامل: 4

المادة: الرياضيات  
الشعبة: العلوم الاقتصادية

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية الغير القابلة للبرمجة

الموضوع:

التمرين الأول (3 ن)

1- احسب التكامل  $I$  التالي :  $I = \int_0^1 \frac{x}{(x^2+4)} dx$

2- باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل  $J$  التالي :  $J = \int_1^e (x^2+3) \ln x dx$  (ln يرمز للوغاريتم النبيري)

3- بوضع  $t = \sqrt{e^x - 2}$  احسب التكامل  $K$  التالي :  $K = \int_{\ln 2}^{\ln 3} e^x \sqrt{e^x - 2} dx$

التمرين الثاني (4,5 ن)

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة ب:  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{4}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

و لتكن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة ب:  $v_n = 3u_n + 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

1- أ- بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية محددًا أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$ .

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن :  $u_n = \frac{1}{3} \left( 7 \left( \frac{1}{4} \right)^n - 1 \right)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ج- احسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

2- نضع :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

أ- احسب  $S_n$  بدلالة  $n$ .

ب- استنتج حساب  $S'_n$  بدلالة  $n$  حيث  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

ج- احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$ .

التمرين الثالث (8 ن)

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (x+1) - \ln(e^x + 1)$

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1- أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$ .

2- أ- بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = 1 - \ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)$ .

ب- استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

3- احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  واعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

4- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $]-1, 0[$  بحيث  $f(\alpha) = 0$  ( نأخذ  $\ln 2 \approx 0,7$  ).

5- أنشئ المنحنى  $(C)$ .

- 6- ليكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = [0, +\infty[$ .  
أ- بين أن  $g$  تقابل من  $I$  نحو مجال  $J$  يتعين تحديده .  
ب- ليكن  $g^{-1}$  التقابل العكسي للدالة  $g$ . أنشئ بلون مغاير، التمثيل المبياني للدالة  $g^{-1}$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

### التمرين الرابع (4,5 ن)

- يحتوي كيس على أربع كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم 0  
(I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ونفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب.  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الأرقام التي تحملها الكرات المسحوبة من الكيس  
1- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ .  
2- احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$ .  
(II) نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الكيس .  
1- بين أن احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 في المرة الأولى هو  $\frac{4}{7}$ .  
2- احسب احتمال سحب كرة واحدة على الأكثر تحمل الرقم 0 علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى تحمل الرقم 1 .