

I. Introduction

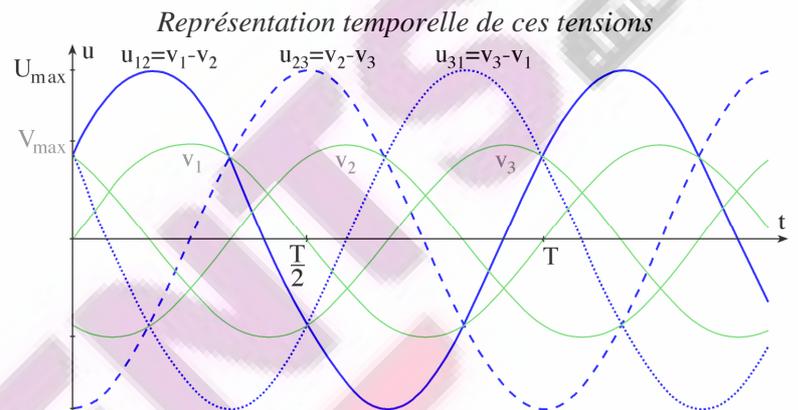
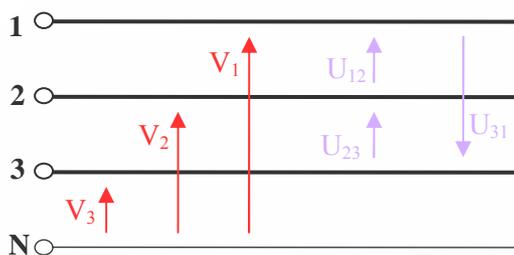
Les réseaux triphasés sont très répandus dans le monde industriel en raison de leurs nombreuses propriétés favorables à la production, au transport et à l'utilisation des grandeurs électriques.

II. Réseau triphasé équilibré

1. Définition

Un système triphasé est un réseau à trois grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de même fréquence et déphasées, les unes par rapport aux autres, d'un angle de $2\pi/3$. Le système est équilibré si les grandeurs sinusoïdales sont de même valeur efficace. Il est **direct** si les phases sont ordonnées dans le sens trigonométrique inverse et **inverse** dans l'autre cas.

2. Les tensions délivrées



2.1. Les tensions simples

Ce sont les **d.d.p** entre les divers conducteurs de phase et de point neutre (réel ou fictif) : v_1, v_2, v_3 .

Ecriture temporelle	Ecriture complexe (polaire)
$v_1(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t)$	$\underline{V}_1 = [V, 0^\circ]$
$v_2(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi/3)$	$\underline{V}_2 = [V, -120^\circ]$
$v_3(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t - 4\pi/3)$	$\underline{V}_3 = [V, -240^\circ]$

2.2. Les tensions composées

Ce sont les **d.d.p** entre les conducteurs des phases consécutives: U_{12}, U_{23}, U_{31} . Voici le détail du calcul pour la tension U_{12} :

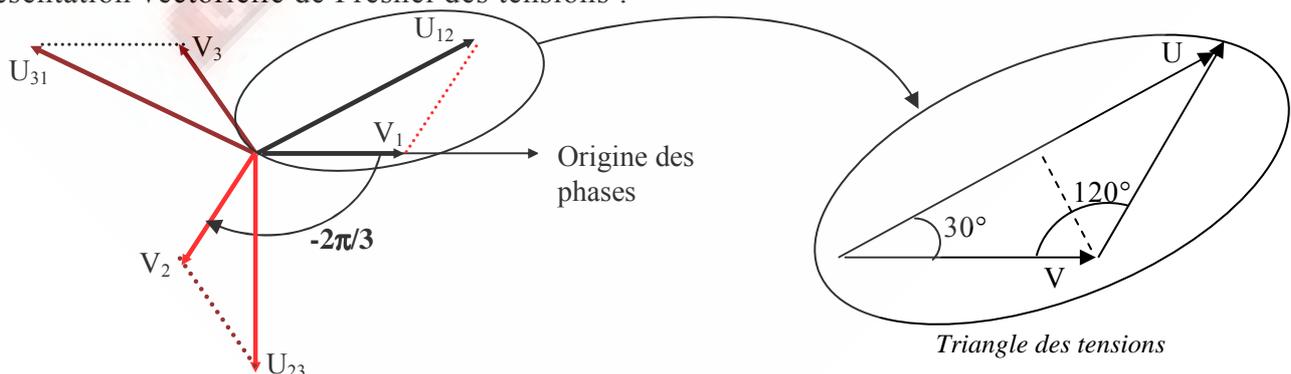
$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = [V\sqrt{3}, +\pi/6],$$

En effectuant les mêmes opérations pour les autres tensions, on obtient le tableau ci-dessous :

Ecriture complexe	Ecriture complexe (polaire)
$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = [V\sqrt{3}, +30^\circ]$	$u_{12}(t) = V\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/6)$
$\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = [V\sqrt{3}, -90^\circ]$	$u_{23}(t) = V\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$
$\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = [V\sqrt{3}, +150^\circ]$	$u_{31}(t) = V\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(\omega t - 7\pi/6)$

2.3. Représentations des tensions:

A partir des expressions définies précédemment, il est possible de représenter les différentes tensions. La représentation vectorielle de Fresnel des tensions :



Remarque : On voit ainsi apparaître un nouveau système de tensions triphasées : u_{12} , u_{23} , u_{31} .
La relation qui existe entre l'amplitude V et U se calcule facilement à partir du triangle des tensions :

$$2.V.\cos(\pi/6) = U \text{ c'est à dire : } U = \sqrt{3} . V$$

Ainsi, un système triphasé à basse tension sur le réseau est intitulé : 230V/400V, 230V représentant la tension simple efficace et 400V la tension composée efficace.

3. Récepteurs triphasés équilibrés

3.1 Définitions

Récepteurs triphasés : ce sont des récepteurs constitués de trois éléments identiques, d'impédance Z .

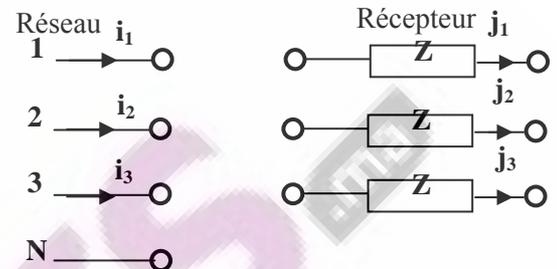
Équilibré : car les trois éléments sont identiques.

Courants par phase : c'est le courant qui traverse les éléments Z du récepteur triphasés. Symbole : J

Courants en ligne : c'est le courant dans les fils du réseau triphasé.

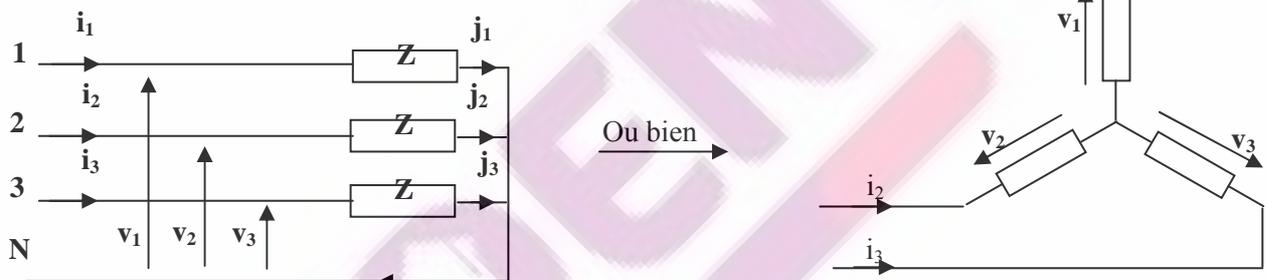
Symbole : I

Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en **étoile** ou en **triangle**.



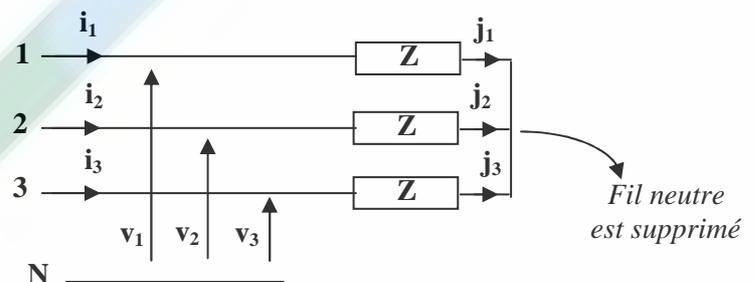
3.2. Couplage étoile :

Montage :



Même branchement représenté de deux façons différentes. Le premier schéma explique le terme «étoile». Comme il s'agit des mêmes impédances, de ce fait $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, donc $i_N = 0$. Le courant dans le fil neutre est nul. **Le fil neutre n'est donc pas nécessaire.**

Pour un système triphasé équilibré, le fil neutre ne sert à rien.



Relations entre les courants :

On constate sur les schémas précédents que les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

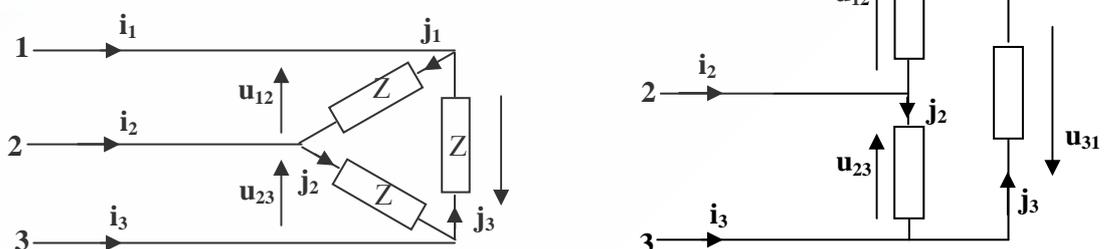
$$i_1 = j_1 ; i_2 = j_2 ; i_3 = j_3$$

De plus la charge et le réseau sont équilibrés, donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I = J$

On retiendra pour le couplage étoile : **$I = J$**

3.3. Couplage triangle :

Montage :



Comme il s'agit des mêmes impédances, $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ et $j_1 + j_2 + j_3 = 0$
Ici en aucun cas le fil neutre n'est nécessaire.

Relations entre les courants :

D'après les schémas du montage triangle : $i_1 = j_1 - j_3 \Rightarrow \underline{I}_1 = \underline{J}_1 - \underline{J}_3$
 $i_2 = j_2 - j_1 \Rightarrow \underline{I}_2 = \underline{J}_2 - \underline{J}_1$
 $i_3 = j_3 - j_2 \Rightarrow \underline{I}_3 = \underline{J}_3 - \underline{J}_2$

Le système triphasé est équilibré : $I_1 = I_2 = I_3 = I$ et $J_1 = J_2 = J_3 = J$.

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U.

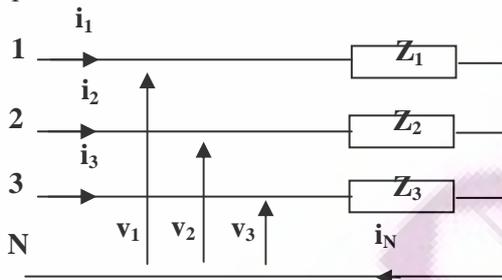
Pour le couplage triangle : $I = \sqrt{3} J$

III. Réseau triphasé déséquilibré

Un récepteur est non équilibré s'il est constitué de trois impédances différentes Z_1 , Z_2 et Z_3 , couplées en étoile ou en triangle.

1. Couplage étoile avec neutre

On détermine la somme des trois courants en ligne, c'est à dire le courant dans le neutre, dans la charge étoile déséquilibrée :



$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}$$

Cette somme n'est plus nécessairement nulle : Un courant circule dans le conducteur de neutre.

2. Couplage triangle

On détermine les courants I_1 , I_2 et I_3 à partir des courants J_1 , J_2 et J_3 calculés par :

$$i_1 = j_1 - j_3 \Rightarrow \underline{I}_1 = \underline{J}_1 - \underline{J}_3$$

$$i_2 = j_2 - j_1 \Rightarrow \underline{I}_2 = \underline{J}_2 - \underline{J}_1$$

$$i_3 = j_3 - j_2 \Rightarrow \underline{I}_3 = \underline{J}_3 - \underline{J}_2$$

La relation $I = \sqrt{3} J$ n'est plus valable car le système est déséquilibré.

IV. Puissances en triphasé

1. Théorème de Boucherot (rappel)

Les puissances active et réactive absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement.

Remarque : Ce théorème ne s'applique pas aux puissances apparentes, que l'on ne peut cumuler (la puissance apparente est une somme complexe, de composantes pas nécessairement en phase).

2. Charge triphasée déséquilibrée (ou quelconque)

Donc d'après ce théorème, la puissance active absorbée par le récepteur est la somme des puissances véhiculées par chaque phase : $P = P_1 + P_2 + P_3$

En cas de charge déséquilibrée, tensions et courants sont déphasés de φ_1 , φ_2 ou φ_3 suivant les phases.

La puissance active est : $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$

Et la puissance réactive s'écrit alors : $Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3$

3. Charge triphasée équilibrée

Si la charge est équilibrée, les trois impédances sont identiques, donc :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \quad ; \quad V_1 = V_2 = V_3 = V \quad \text{et} \quad I_1 = I_2 = I_3 = I.$$

La puissance active a pour expression : **$P = 3VI \cos \varphi$**

La puissance réactive est : **$Q = 3VI \sin \varphi$** .

La puissance apparente se déduit de la relation : **$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3VI$**

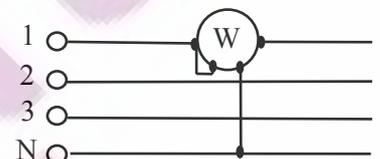
En résumé, la puissance peut toujours être exprimée de la même manière avec les grandeurs en tête de réseau, tension composée U et courant en ligne I et ceci quel que soit le type de montage.

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3}UI \cos \varphi \\ Q &= \sqrt{3}UI \sin \varphi \\ S &= \sqrt{3}UI \end{aligned}$$

4. Mesure de puissance en triphasé**4.1. Circuit équilibré.**

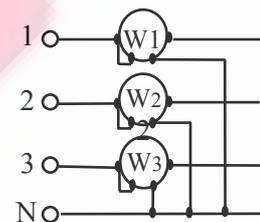
Il suffit de mesurer la puissance consommée par une phase et de multiplier par trois. Un seul Wattmètre est nécessaire :

$$P = 3 P_{1N}$$

**4.2. Circuit déséquilibré.**

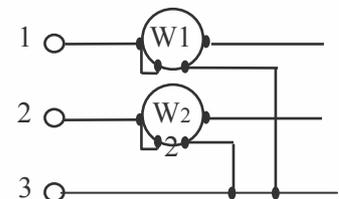
Il faut mesurer les puissances consommées par les trois phases et additionner. Trois wattmètres sont nécessaires.

$$P = P_{1N} + P_{2N} + P_{3N}$$

**4.3. Méthode des deux Wattmètres**

Le montage des deux wattmètres que le système soit équilibré ou non. (La seule condition est qu'il n'y ait pas de fil neutre).

$$P = P_{13} + P_{23}$$

**Cas particulier :**

Le montage des deux wattmètres en régime équilibré :
Les indications des wattmètres donnent :

$$P_{13} = U_{13} I_1 \cos(\angle \vec{I}_1, \vec{U}_{13}) = UI \cos(\varphi - \pi/6)$$

$$P_{23} = U_{23} I_2 \cos(\angle \vec{I}_2, \vec{U}_{23}) = UI \cos(\varphi + \pi/6)$$

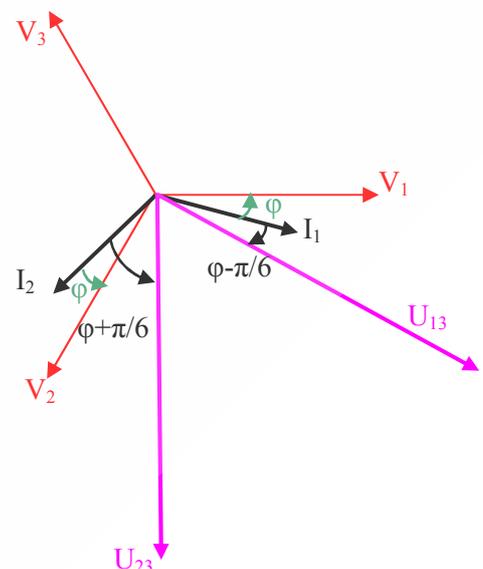
Dans ce cas particulier on peut vérifier directement que:

$$\begin{aligned} P_{13} + P_{23} &= UI[\cos(\varphi - \pi/6) + \cos(\varphi + \pi/6)] \\ &= UI[2 \cos \varphi \cos \pi/6] \\ &= \sqrt{3} UI \cos \varphi \end{aligned}$$

$$P_{13} + P_{23} = P$$

$$\begin{aligned} P_{13} - P_{23} &= UI[\cos(\varphi - \pi/6) - \cos(\varphi + \pi/6)] \\ &= UI[2 \sin \varphi \sin \pi/6] \\ &= UI \sin \varphi \end{aligned}$$

$$P_{13} - P_{23} = Q/\sqrt{3} \quad \text{Donc} \quad Q = \sqrt{3} (P_{13} - P_{23})$$



En régime équilibré, la méthode des deux wattmètres fournit donc des renseignements précis sur le système étudié :

$$\begin{aligned} P &= P_{13} + P_{23} \\ Q &= \sqrt{3} (P_{13} - P_{23}) \quad \text{où } P_{13} \text{ et } P_{23} \text{ sont algébriques} \\ \operatorname{tg} \varphi &= Q/P \end{aligned}$$

P_{13} et P_{23} considérées séparément n'ont toujours aucun rapport avec la puissance dissipée dans une phase, mais on peut tout de même tirer quelques renseignements dans certains cas particulier :

- Charge résistive $\varphi = 0 \rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow P_{13} = P_{23}$
- Charge inductive $0 < \varphi \leq \pi/2 \rightarrow 0 \leq \cos \varphi < 1 \Rightarrow P_{13} > P_{23}$
- Charge capacitive $-\pi/2 \leq \varphi < 0 \rightarrow 0 \leq \cos \varphi < 1 \Rightarrow P_{23} > P_{13}$

VI. Amélioration du facteur de puissance "cos φ "

1. Pourquoi améliorer le facteur de puissance

Une trop grande consommation d'énergie réactive (facteur de puissance faible) pour une installation électrique va augmenter considérablement ses courants en ligne bien que sa puissance active n'est pas changée.

Pour limiter les courants en ligne et donc les pertes par effet joule, on doit donc installer **des batteries de condensateurs sources d'énergie réactive en parallèle sur notre installation**.

On appelle cette technique " **Compensation de l'énergie réactive** ". Cette compensation permet d'améliorer le facteur de puissance ($\cos \varphi$).

2. Calcul de la capacité des condensateurs de compensation

2.1. Couplage des condensateurs en triangle

Tension aux bornes d'un condensateur : U

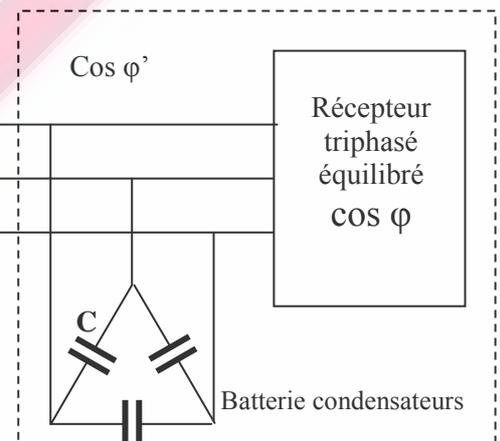
Puissance réactive absorbée par un condensateur : $Q_{C1} = -C\omega U^2$

(*signe - signifie que le condensateur fournit de la puissance réactive*)

Puissance réactive absorbée par les trois condensateurs :

$$Q_C = 3Q_{C1} = -3C\omega U^2$$

Détermination de la capacité :



	Puissance active	Puissance réactive	Facteur de puissance
Charge seule	P	$Q = P \cdot \operatorname{tg} \varphi$	On a $\cos \varphi$
Batterie condensateurs	0	$Q_C = -3C\omega U^2$	0
Charge + condensateurs	P	$Q' = Q + Q_C = P \cdot \operatorname{tg} \varphi'$	On veut $\cos \varphi'$

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante:

$$Q_C = -3C\omega U^2 = Q' - Q$$

$$-3C\omega U^2 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi' - P \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

→ Finalement :

$$C = \frac{P (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{3\omega U^2}$$

2.2. Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant le même raisonnement que précédemment, on montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

$$C = \frac{P (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{3\omega V^2} = \frac{P (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{\omega U^2}$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle. Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.