

المعادلات التفاضلية

التمرين الأول:

حل المعادلة التفاضلية وحدد الحل الذي يحقق الشرط أو الشروط المدرجة مع المعادلة :

- | | |
|--|--|
| . $y(1) = 0$ $y'(2) = 0$ $y'' + 2y' + y = 0$ -7 | . $y(0) = 2$ $2y' + 3y = 0$ -1 |
| . $y(0) = 1$ $y'(1) = 0$ $9y'' + 12y' + 4y = 0$ -8 | . $y(2) = (y'(1))^2$ $y' - 2y = 0$ -2 |
| . $y(0) = \frac{1}{2}$ $y'(0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $y'' + y = 0$ -9 | . $y(1) = -1$ $y' + 5y = 0$ -3 |
| . $y(0) = 1$ $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ $y'' - 2y' + 2y = 0$ -10 | . $y(0) = 3$ $y'(0) = -1$ $y'' - y = 0$ -4 |
| . $y(0) = 1$ $y'(0) = -2 + \sqrt{3}$ $y'' + 4y' + 7y = 0$ -11 | . $y(1) = 2e - e^2$ $y'(0) = 0$ $y'' - 3y' + 2y = 0$ -5 |
| | . $y(1) = 1$ $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ $2y'' + y' - y = 0$ -6 |

التمرين الثاني:

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y' - 2y = 8x^2 - 8x$

- 1- حل المعادلة التفاضلية (E₁) : $y' - 2y = 0$
- 2- حدد حدودية من الدرجة الثانية P(x) تكون حلا للمعادلة (E).
- 3- استنتج حلول المعادلة (E).

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y'' + 2y' + 5y = 0$

- 1- حل المعادلة التفاضلية (E).
 - 2- حدد الحل f الذي يحقق الشروط البدئية $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$.
 - 3- نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'' + 2y' + 5y = \cos 2x$
- أ- حدد العددين λ و μ بحيث تكون الدالة g بحيث : $g(x) = \lambda \cos 2x + \mu \sin 2x$ حلا لهذه المعادلة .
- ب- استنتج جميع حلول هذه المعادلة .

التمرين الرابع:

1- حل المعادلة التفاضلية (E₁) : $2y'' - 6y' + 5y = 0$

- 2- نعتبر المعادلة التفاضلية (E₂) : $2y'' - 6y' + 5y = 2e^{3x}$
- أ- بين أن الدالة g حيث $g(x) = \frac{2}{5}e^{3x}$ حل خاص ل (E₂).
- ب- إعط مجموعة حلول المعادلة (E₂).

التمرين الخامس:

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين :

$$(E): y' + y = y^2 \sin x \quad ; \quad (F): -y' + y = \sin x$$

نضع $z = \frac{1}{y}$ حيث $\forall x \in \mathbb{R}; y(x) \neq 0$

- 1- بين أن z حلا للمعادلة (F) $\Leftrightarrow y$ حلا للمعادلة (E).
- 2- بين أن الدالة z_0 المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $z_0(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ هي حل للمعادلة (F).
- 3- حل المعادلة التفاضلية (F).
- 4- استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) والتي لا تنعدم على مجموعة تعريفها .