الفيزياء

تنائي القطب RC

تمرين 1

مكثف سعته $C = 3{,}3\mu F$ نشحنه بواسطة مولد للتوتر المستمر قوته المحرك الكهربائية $E = 9V$. تتم عملية الشحن عبر موصل أومي مقاومته $R = 100K\Omega$.

1. أعط عبارة ثابتة الزمن τ لهذه الدارة.و بين أن وحدة τ هي وحدة زمن.
2. أوجد قيمة ثابت الزمن τ .
3. ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف 5 ثواني بعد غلق القاطع.
4. ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يمر في المكثف بعد 5 ثواني من غلق قاطع التيار .

الجواب

1. عبارة ثابتة الزمن هي: $\tau = RC$

نبين أن وحد المقدار τ هي وحدة زمن لدينا

لدينا $[\tau] = [R].[C]$ وبالتالي $[\tau] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[q]}{[U]}$ وبالتالي: $[\tau] = [t]$ ل τ حدة زمن.

2. نحسب قيمة ثابتة الزمن بحساب المقدار RC

$$\tau = RC = 100.10^{3} \times 3{,}3.10^{-6} = 0{,}33s = 330ms$$

3. طريقة1

قيمة التوتر الكهربائي5 ثواني بعد غلق القاطع تعطى بالعلاقة:

$$U_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = 9 * \left(1 - e^{-5/0{,}33}\right) = 9$$

الطريقة2 التوتر بين مربطي المكثف يصل إلى النظام الدائم بعد مرور5τ وهذا يعني $U_c(t) = E$

$5\tau = 1{,}65s$ نلاحظ أن $5\tau < 5s$ و بالتالي $U_c(t) = 9V$

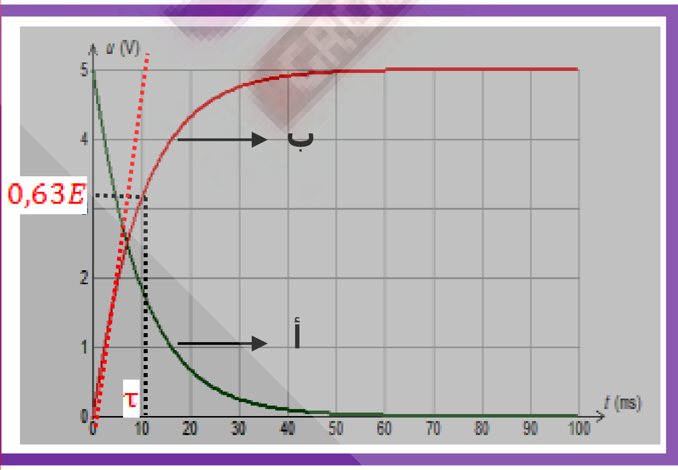
4. في النظام الدائم يكون التوتر بين مربطي المكثف قصويا و التيار الكهربائي منعدم وما أن التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف أصبح يساوي قيمة التوتر المولد فان شدة التيار الكهربائي في الدارة أصبحت منعدمة.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا$U_R + U_C = E$ ومنه $U_R = Ee^{-t/\tau}$ وحسب قانون أوم نجد:$i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

في النظام الدائم تؤل t الى مانهاية نجد $i(5\tau) = \frac{E}{R}e^{-5\tau/\tau} = 0$ ادن التيار الكهربائي ينعدم في النظام الدائم

تمرين 2

يمثل الشكل جانبه تغيرات $U_C(t)$ التوتر الكهربائي بين مربطي مكثف وتغيرات $U_R(t)$ التوتر بين مربطي الموصل الأومي ذو المقاومة $R = 100\Omega$ بدلالة الزمن



1. أعط تركيب الدارة الذي تسمح بتحقيق هذه المتابعة.
2. حدد المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ و المنحنى الموافق لتغيرات $U_R(t)$
3. بتطبيق قانون إضافية التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر$U_C(t)$ ثم أعط حلا لها
4. عبر عن $U_R(t)$ بدلالة الزمن محددا I_0 قيمةالتيار الكهربائي القصوية ثم تحقق من نتيجة السؤال2
5. حدد قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .
6. استنتج سعة المكثف.

2011 /2012	سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC و RL	
ثانوية جعفر الفاسي الفهري		ذ: بنساعد صلاح الدين

الجواب

1. أنظر التركيب التجريبي

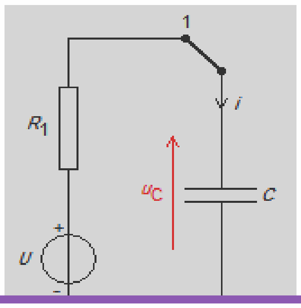
2. المنحنى الموافق لكل توتر

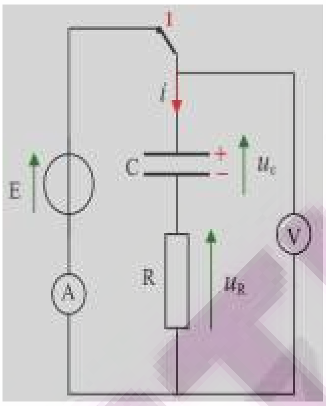
- خلال عملية شحن المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة t=0 منعدما و التيار الكهربائي قصويا وموجب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و موجب ادن:
  المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ هو المنحنى (ب) والمنحنى الموافق ل $U_R(t)$ هو المنحنى (أ)
- خلال عملية تفريغ المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة t=0 قصويا و التيار الكهربائي قصويا وسالب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و سالب

3. المعادلة التفاضلية

تطبيق قانون إضافية التوترات :

$$u_G(t) = u_R(t) + u_C(t)$$





بتطبيق قانون أوم نجد:

$$E = R.i(t) + u_C(t)$$

نعلم $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ومنه

$$E = R\frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$$

نعلم أن $q(t) = CU_C$ ادن:

$$E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر

$$E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية

نجد: $Ae^{-\alpha t}(-RC*\alpha+1) + B = E$ بما أن المقدار E ثابتة ادن لكي تتحقق هده المعادلة يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC*\alpha+1) + B$ ثابت وهدا غير ممكن إلا ادا كان المقدار $-RC*\alpha+1=0$ و بالتالي نجد:

$\alpha = \frac{1}{RC}$ و $B = E$ و بالتالي : $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0S$ التوتر بين مربطي المكثف منعدم $U_C(0) = 0$ ومنه نجد : $A + E = 0 \Rightarrow A = -E$

في الأخير :

$$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

4. تعبير $U_R(t)$

$U_C + U_R = E$ ادن: $U_R = -U_C + E$

و منه:

$$u_R(t) = E\,e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}} = I_0\,e^{\frac{-t}{RC}}$$

القيمة القصوية لشدة التيار الكهربائي $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{5}{100} = 50mA$ قيمة E تحدد من خلال المنحنى

لدينا $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ عند اللحظة t=0 نجد: $U_C(0) = 0$ ادن المنحنى (ب) يوافق تغيرات $U_C(t)$

لدينا $U_R = Ee^{-t/\tau}$ عند اللحظة t=0 نجد: $U_R(0) = E$ ادن المنحنى (أ) يوافق تغيرات $U_R(t)$

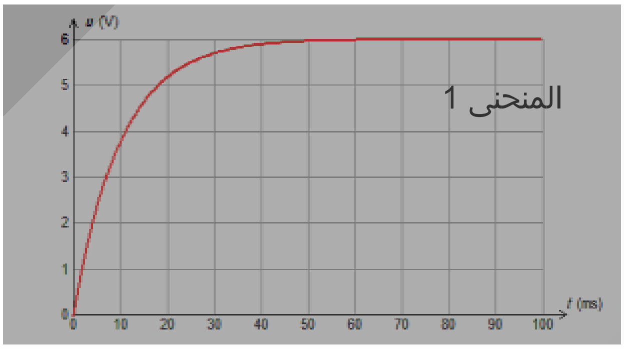
1. المنحنى المحصل عليه يوافق عملية الشحن أنظر التركيب التجريبي

2. قيمة ثابتة الزمن

من خلال المنحنى τ تمثل أفصول النقطة $0{,}63E$ أنظر المنحنى $\tau = 10ms$ أنظر المنحنى أعلاه

3. سعة المنحنى C

نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $C = \frac{\tau}{R}$ و بالتالي: $C = \frac{10.10^{-3}}{100} = 100\mu F$



تمرين 3

نركب على التوالي موصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C
بواسطة راسم التذبذب نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى 1

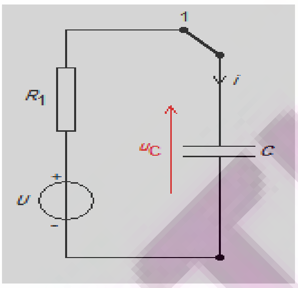
1. اعط التركيب التجريبي الذي يمكن من رسم هذا المنحنى
2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$
3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي

$U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ أوجد تعبير كل من A وτ بدلالة معطيات الدارة الكهربائية

4. لتكن t_1 وt_2 اللحظتان اللتان يصل فيهما التوترU_C على التوالي إلى القيمتين $\frac{20}{100}U_{cmax}$ و$\frac{90}{100}U_{cmax}$

1-4. عين مبيانيا t_1 و t_2 ثم استنتج زمن الصعود $t_m = t_2 - t_1$

2-4. بين أن $t_m = RC.\ln 8$ واستنتج قيمة سعة المكثف علما أن: $R = 100\Omega$



1. التركيب التجريبي

من خلال المنحنى نلاحظ أن $U_C(0) = 0$ و $U_C(\infty) = E$ وبالتالي المنحنى يوافق حالة الشحن وتركيبه

2. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

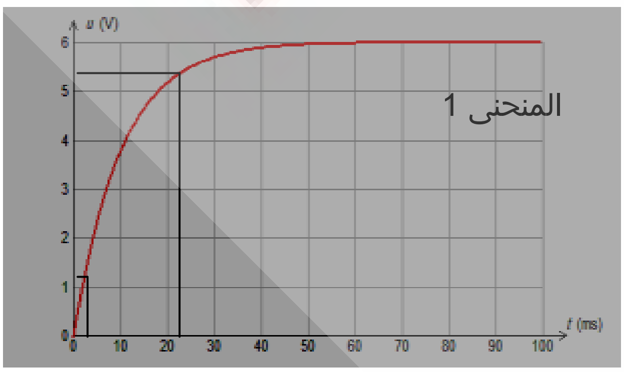
3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

نعود في المعدلة التفاضلية $A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + RC\frac{dA(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = E$

نجد: $A = E$ و $\tau = RC$ و ومنه $U_C(t) = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$

4. تحديد اللحظتان t_1 وt_2 مع $E = U_{cmax}$

1-4. اللحظتين t_1 و t_2



t_1 اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى:

$$U_C(t_1) = \frac{20}{100}U_{cmax} = 1{,}2V$$

t_2 اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى:

$$U_C(t_2) = \frac{90}{100}U_{cmax} = 5{,}4V$$

1-3. مبيانيا $t_1 = 0{,}2ms$ و $t_2 = 22ms$

زمن الصعود $t_m = t_2 - t_1 = 21{,}8ms$

2-4. لنبين $t_m = RC.\ln 8$

عند اللحظة t_1 لدينا $U_C(t_1) = \frac{20}{100}E = E(1 - e^{\frac{t_1}{RC}})$ و منه : $e^{\frac{t_1}{RC}} = \frac{20}{100} - 1$

$\frac{t_1}{RC} = \ln\frac{8}{10} \Rightarrow t_1 = RC.\ln\frac{8}{10}$

عند اللحظة t_2 لدينا $U_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E(1 - e^{\frac{t_2}{RC}})$ ومنه $e^{\frac{t_2}{RC}} = \frac{90}{100} - 1$

$\frac{t_2}{RC} = \ln\frac{8}{10} \Rightarrow t_2 = RC.\ln\frac{1}{10}$

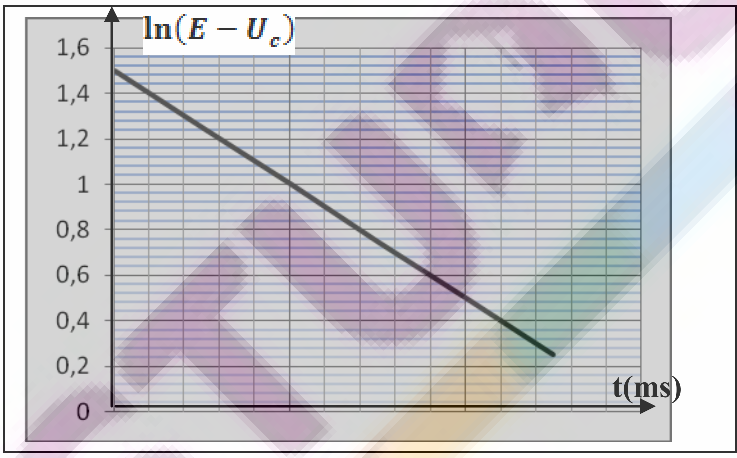
ادن $t_m = t_2 - t_1 = RC.\ln 8$

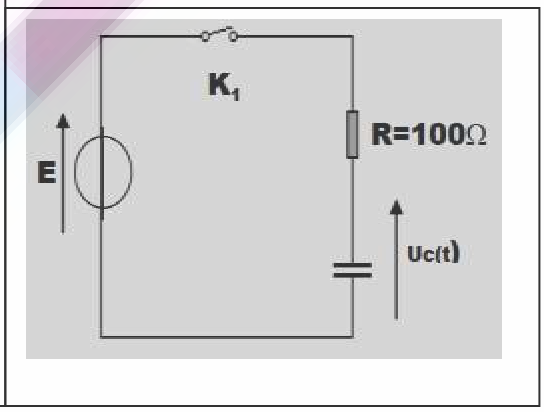
ومنه : $C = 104\mu F$

تمرين 5

عند لحظة نختارها أصلا لتواريخ، نغلق قاطع التيار الكهربائي **(الشكل أسفله)** فيشحن المكثف عبر موصل أومي مقاومته $\mathbf{R = 100\Omega}$. بواسطة راسم التذبذب ذي ذاكرة نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى الممثل أسفله،

1. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$
2. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $\mathbf{U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$ أوجد تعبير كل من A و τ بدلالة معطيات الدارة الكهربائية
3. بين أن $\ln(E - U_c) = -\frac{1}{\tau}t + \ln E$





4. يمثل منحنى الوثيقة 2 تغيرات $\ln(E - U_c)$ بدلالة الزمن t باستغلال الميبان أوجد قيمة كل من E و τ
5. أحسب النسبة $\frac{E_c}{E_{cmax}}$ حيث E_c للطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة $t = \tau$ و E_{cmax} الطاقة القصوية التي يختزنها المكثف .
6. أحسب قيمة السعة C_1 للمكثف الذي يجب تركيبه مع المكثف السابق في الدارة السابقة لتأخد ثابتة الزمن القيمة $\tau_1 = 6\tau$ مبرزا كيفية تركيب هذين المكثفين

الجواب

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات في الدارة نجد $U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$
2. نعود في المعادلة التفاضلية $A = E$ و $\tau = RC$
3. حل المعادلة التفاضلية $U_C = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$ و منه $\frac{E - U_C}{U_C} = e^{\frac{t}{\tau}}$ بتطبيق ln نجد:

$$\ln\left(\frac{E - U_C}{U_C}\right) = \ln(E) - \frac{t}{\tau}$$

2011 /2012	سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC و RL	
ثانوية جعفر الفاسي الفهري		ذ: بنساعد صلاح الدين

4. عند اللحظة t=0 لدينا $U_c(0) = 0$ و منه فان $\ln(E) = 1{,}5$ ادن $E = 4{,}48V$

$\tau = \frac{t}{\ln(E) - \ln(E-U_C)}$ و منه عن اللحظة $t = 0{,}5ms$ نجد $\tau = 1ms$

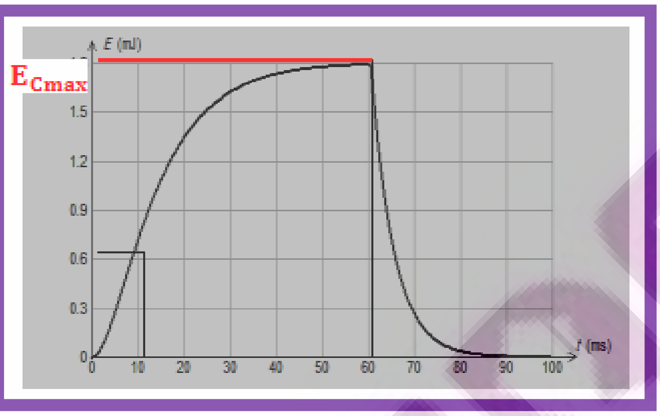
5. حساب نسبة الطاقة الكهربائية $\frac{E_C}{E_{Cmax}} = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$ ت ع $\frac{E_C}{E_{Cmax}} = 0{,}4$

6. تحديد C_1 لدينا $\tau_1 = 6\tau$ و منه $C_e = 6C$ و بما أن $C_e > C$ فان المكثفين مركبين على التوازي

$$C_1 = C_e - C \Rightarrow C_1 = 50\mu F$$

3الدراسة الطاقية

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف سعته $C = 100\mu F$ خلال عملية الشحن و التفريغ .
نعتبر لحظة غلق قاطع التيار الكهربائي أصلا للتواريخ و لحظة فتحه أصلا جديدا لتواريخ



1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في المكثف عند التاريخ $t = 10ms$ و عند التاريخ $t = 70ms$
2. حدد E_{Cmax} قيمة الطاقة القصوية المخزونة في المكثف
3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد
4. عبر عن الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية التفريغ بدلالة الزمن
5. بين أنه يمكن التعبير عن ثابتة الزمن بالعلاقة التالية:

$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E}\right)}$$

6. إستنتج قيمة ثابتة الزمن
7. حدد قيمة مقاومة الموصل الأومي

الجواب

1. قيمة الطاقة المخزونة في المكثف

عند التاريخ $t = 10ms$ الطاقة الموافقة هي $U_c = 0{,}6mj$ أنظر المنحنى

عند التاريخ $t = 70ms$ يكون المكثف في حالة التفريغ ، $E_c = 0{,}3mj$

2. الطاقة القصوية المخزونة في المكثف

لدينا $E_{Cmax} = 1{,}8mj$

3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد

لدينا $E_{Cmax} = \frac{1}{2} CU_{Cmax}^2$ وبالتالي $U_C = \sqrt{\frac{2.E_{Cmax}}{C}}$ وبالتالي فان $U_C = 6V$

4. الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية التفريغ بدلالة الزمن

لدينا $E_C(t) = \frac{1}{2} CU_C^2(t)$ خلال عملية التفريغ نجد: $U_c(t) = Ee^{-t/\tau}$ نعوض في تعبير في الطاقة :

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C\left(Ee^{-t/\tau}\right)^2 \Rightarrow E_C(t) = \frac{C.E^2}{2} e^{-2t/\tau}$$

5. تعبير ثابتة الزمن

لدينا $E_C(t) = \frac{C.E^2}{2} e^{-2t/\tau}$ نعلم $E = U_{Cmax}$ و بالتالي $\frac{2E_C(t)}{C.U_{Cmax}^2} = e^{-2t/\tau}$ ومنه: $\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E_C(t)}\right)}$

6. قيمة ثابتة الزمن

نعتبر التاريخ $t = 70m$ الطاقة الموافقة هي: $E_c = 0{,}3mj$ ادن:

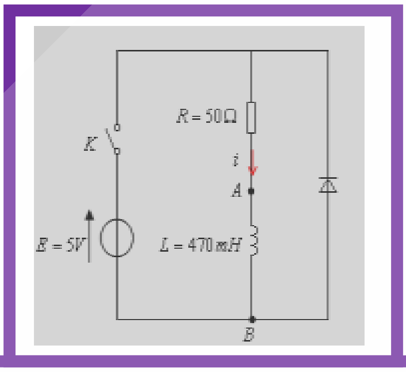
$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E_C}\right)} = \frac{20.10^{-3}}{\ln\left(\frac{10^{-4}.36}{2.3.10^{-4}}\right)} = 11{,}16ms$$

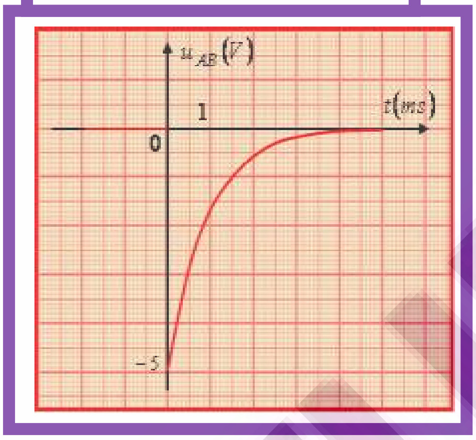
7. قيمة مقاومة الموصل الأومي

نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$ و بالتالي: $C = \frac{11{,}16.10^{-3}}{10^{-4}} \approx 111\mu F$

ثنائي القطب RL

تمرين 1





ننجز الدارة الكهربائية المبينة في الشكل:

في البداية، نعتبر أن القاطع التيار قد أغلق لوقت طويل.

1. أعط عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 بدلالة مميزات التركيب. أحسب I_0.
2. أعط تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة ثم أحسب قيمتها
3. في اللحظة $t = 0$ نفتح القاطع K. و نعاين تغيرات التوتر بين مربطي الوشيعة

3-1. حدد المعادلة التفاضلية التي يحققها تيار الكهربائي في الدارة.

3-2. تحقق أن حل المعادلة يكتب على الشكل التالي : $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

3-4. استنتج $u_{AB}(t)$ تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة

4. لتعيين قيمة ثابتة الزمن لثنائي القطب RL نتبع الطريقة التالية:

ليكن t_1 هي اللحظة التي يزداد فيها التوتر u_{AB} بـ 10% بالنسبة لقيمته البدئية و t_2 هي اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى 90% من قيمته البدئية .

4 1. عبر عن زمن الصعود الذي نرمز له بـ $t_m = t_2 - t_1$. بدلالة ثابتة الزمن τ ،

4 2. استنتج قيمة ثابتة الزمن τ ثم قارن هذه القيمة مع القيمة $\tau = \frac{L}{R}$

الجواب

1. تعبير شدة التيار الكهربائي

في الدارة تعطى بالعلاقة: $I_0 = \frac{E}{R}$: $I_0 = \frac{5}{50} = 0{,}1A$

2. تعبير الطاقة القصوية المخزونة في الوشيعة هي: $E_m = \frac{1}{2}LI_0^2$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}47 \times 0{,}1^2 = 2{,}4.10^{-3}\, j$$

3 1. بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_{AB} + u_R + u_D = 0$

الصمام في هذه الحالة يمرر التيار و هو بذلك يعتبر قاطع مغلق، و يكون التوتر بين طرفيه $u_D = 0$.

ومنه نكتب: $L\frac{di}{dt} + Ri = 0$ و منه نجد: $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$

3 2. التحقق من أن المعادلة تقبل الحل المقترح، نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{d\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right)}{dt}+\frac{R}{L}\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}=0$$

.3

$$-\frac{E}{R}\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t}=0$$

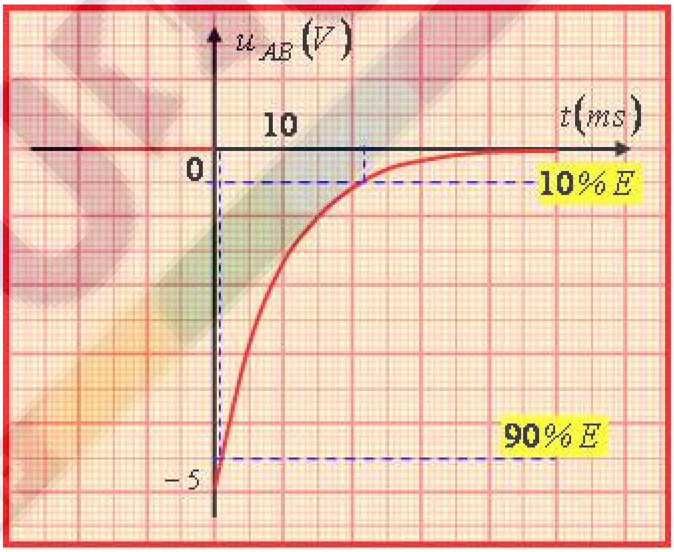
نرى بوضوح أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

3 4. عبارة $u_{AB}(t)$ تكون: $u_{AB}(t)=L\frac{di}{dt}$ و منه نجد: $u_{AB}(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

4. تعبير ثابتة الزمن $\tau=\frac{L}{R}$

المنحنى الذي حصلنا عليه يوافق دالة على الشكل : $u_{AB}(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

في اللحظة 0s يكون التوتر سالبا و لما $t\to\infty$ يؤول التوتر بين طرفي الوشيعة إلى القيمة صفر.



في اللحظة t_1 يكون التوتر بين طرفي الوشيعة قد زاد بـ 10% ، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة تمثل :

$$u_{AB}=-90\%E=-0{,}9.E=-Ee^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

أي $0{,}9=e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ ومنه $t_1=-\tau Ln0{,}9$

في اللحظة t_2 يصل التوتر إلى 90% من التزايد، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة هي

$$u_{AB}=-10\%E=-0{,}1.E=-Ee^{-\frac{t_2}{\tau}}$$

أي $0,1 = e^{-\frac{t_2}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_2 = -\tau Ln 0,1$

زمن الصعود يكون: $t_2 - t_1 = \tau(Ln 0,9 - Ln 0,1)$ و هو ما يؤدي إلى:

$$t_m = t_2 - t_1 = 2,18\ \tau$$

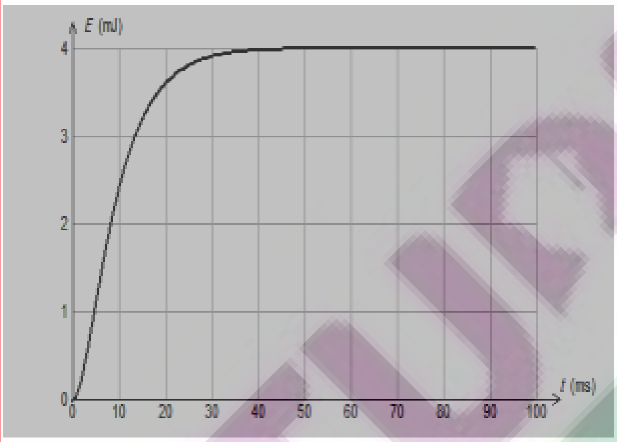
من المنحنى نجد: $t_m = t_2 - t_1 = 21ms$

و منه تكون قيمة ثابتة $\tau = \frac{21}{2,18} = 9,6ms$

5. قيمة ثابتة الزمن: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,47}{50} = 9,4.10^{-3}s = 9,4ms$ مساوية للقيمة المحددة منى خلال المنحنى

تمرين2 الدراسة الطاقية

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في الوشيعة مقاومتها r و معامل تحريضها $L = 200mH$ خلال إستجابتها لرتبة صاعدة للتوتر عبر موصل أومي مقاومته $R = 30\Omega$



1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في الوشيعة عند التاريخ $t = 5ms$ و عند التاريخ $t = 50ms$
2. حدد قيمة I_{max} شدة التيار القصوية
3. بين أن تعبير المعادلة التفاضلية هو $i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = \beta$
4. حدد تعبير كل من τ و β
5. عبر عن تغيرات التيار الكهربائي بدلالة الزمن
6. عبر عن E_mالطاقة المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن
7. بين أن تعبير ثابتة الزمن بدلالة الزمن هو
$$\tau = \frac{-t}{\ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)}$$
8. باستغلالك للمنحنى و تعبير τ حدد قيمة ثابتة الزمن
9. حدد المقاومة الداخلية للوشيعة ماذا تستنتج ؟

الجواب

1. قيمة الطاقة مبيانيا

عند اللحظة $t = 5ms$ $E_m(t = 5ms) = 1mj$ عند اللحظة $t = 50ms$ $E_m(t = 50ms) = 4mj$

2. تحديد I_{max} قيمة شدة التيار القصوية

لدينا $E_{m(max)} = \frac{1}{2}LI_{max}^2$ و بالتالي $I_{max} = \sqrt{\frac{2E_{m(max)}}{L}} = 0,2A$

3. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$E = U_L + U_R \Rightarrow E = r.i + L\frac{di}{dt} + R.i$$

$$E = (r+R).i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow i + \frac{L}{R_t} * \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$$ حيث $R_t = R + r$

اذن: $i + \frac{L}{R_t} * \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$ نضع $\tau = \frac{L}{R_t}$ ادن: $\beta = \frac{E}{R_t}$

4. تعبير تغيرات شدة التيار الكهربائي

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي : $\mathbf{i(t)} = \frac{E}{R_t}(\mathbf{1} - \mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$

نضع $I_0 = \frac{E}{R_t}$ قيمة شدة التيار الكهربائي القصوية ادن: $\mathbf{i(t)} = I_0(\mathbf{1} - \mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$

5. تعبير E_mالطاقة المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن

لدينا $E_m(t)\frac{1}{2}Li^2(t)$ نعلم أن $\mathbf{i(t)} = I_0(\mathbf{1} - \mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$ و بالتالي $E_m(t)\frac{1}{2}LI_0^2(1 - e^{-t/\tau})^2$

6. تعبير ثابتة الزمن

لدينا $E_m(t)\frac{1}{2}LI_0^2(1 - e^{-t/\tau})^2 \Rightarrow (1 - e^{-t/\tau})^2 = \frac{2E_m(t)}{LI_0^2}$ و بالتالي $1 - e^{-t/\tau} = \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}$

$$e^{-t/\tau} = 1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)$$

وبالتالي فان :

$$\tau = \frac{-t}{\ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)}$$

7. تحديد ثابتة الزمن

نعتبر اللحظة $4{,}5ms$ يصل التوتر إلى النظام الدائم حيث $E_m = 1mj$ نعوض هذه المقادر في المعادلة السابقة

فنجد $\tau = \frac{-4{,}510^{-3}}{\ln\left(1 - \sqrt{\frac{2*10^{-3}}{0{,}2*(0{,}2)^2}}\right)} = 6{,}52ms$

8. قيمة المقاومة الداخلية

لدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$ ومنه $r = \frac{L}{\tau} - R$ ومنه $r = 0{,}6\Omega$ ادن يمكن إهمال المقاومة الداخلية