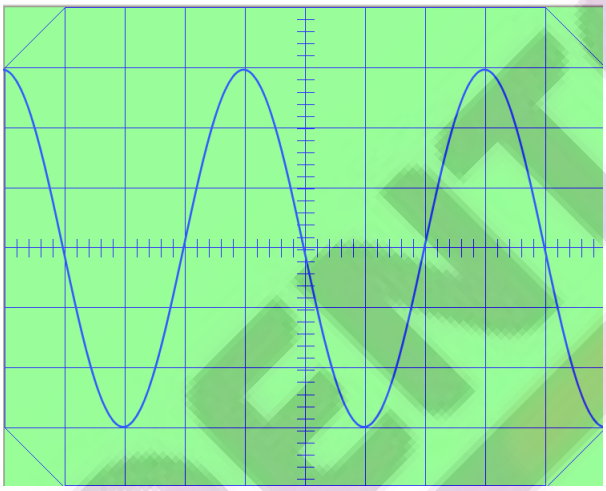
www.students.ma

ثنائي القطب RLC
تمارين مرفقة بالحلول
ا

1

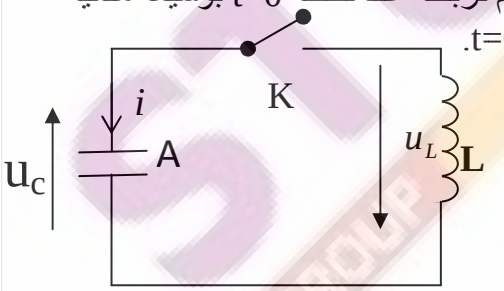
تتكون دارة كهربائية من وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة مركبة مع مكثف سعته C تم شحنه مسبقا بشحنة كهربائية q_0 . نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر Uc بين مربطي المكثف.
الحساسية الرأسية للجهاز هي $S_V = 5V/div$ و الحساسية الأفقية هي $S_H = 2ms/div$.



1- عين مبيانيا الدور الخاص T_0.
2- حدد قيمة سعة المكثف علما أن $L = 1,2H$.
3- احسب الشحنة البدئية q_0 للمكثف و الشدة القصوية I_m للتيار المار في الدارة الكهربائية.
4- احسب الطاقة الكلية ع للدارة.

2

نشحن مكثفا سعته $C=100\mu F$، حيث نزوده بطاقة قيمتها $E_0 = 10^{-2}J$، ثم نربطه عند لحظة t=0 بوشيعة مثالية ذات معامل تحريض $L = 10mH$. اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند t=0.



1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين مربطي المكثف.
2- نقبل أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$u_c(t) = U_{max}\cos\left(\frac{2\pi.t}{T_0} + \varphi\right)$ حدد قيم كل من T_0 و φ و U_{max}

مع $0 \le \varphi < 2\pi$ و استنتج تعبير كل من التوتر بين مربطي الوشيعة $u_L(t)$ و شدة التيار i(t) بدلالة الزمن t.
3- مثل الدالتين $u_c(t)$ و i(t) في نفس المعلم.
4- أعط بدلالة الشحنة q للمكثف (عند لحظة t) تعبير كل من الطاقة E_e المخزونة في المكثف و الطاقة E_m المخزونة في الوشيعة.
5- احسب الشحنة القصوية q_m للمكثف.
6- أوجد حسابيا قيمة كل من E_e و E_m و u_c و i عندما تكون شحنة المكثف هي $q = 4.10^{-4}C$.

www.students.ma

www.students.ma

3

نشحن مكثفا سعته $C=2,5\mu F$ بواسطة مولد توتر مستمر؛ بعد الشحن يصبح التوتر بين مربطي المكثف هو $U_{c0}=6V$.

1- احسب شحنة المكثف q_0 و الطاقة المخزنة فيه بعد عملية الشحن.

2- نشحن المكثف بالشحنة q_0 في كل مرة و ننجز إحدى التجارب التالية:

- التجربة الأولى: نربط المكثف بموصل أومي مقاومته R .
- التجربة الثانية: نربط المكثف بوشيعة مثالية معامل تحريضها L.
- التجربة الثالثة: نربط المكثف في دارة كهربائية متوالية بالموصل الأومي و الوشيعة السابقين.

نعاين التوتر بين قطبي المكثف في كل تجربة بواسطة حاسوب، فنحصل على المنحنيات أسفله:

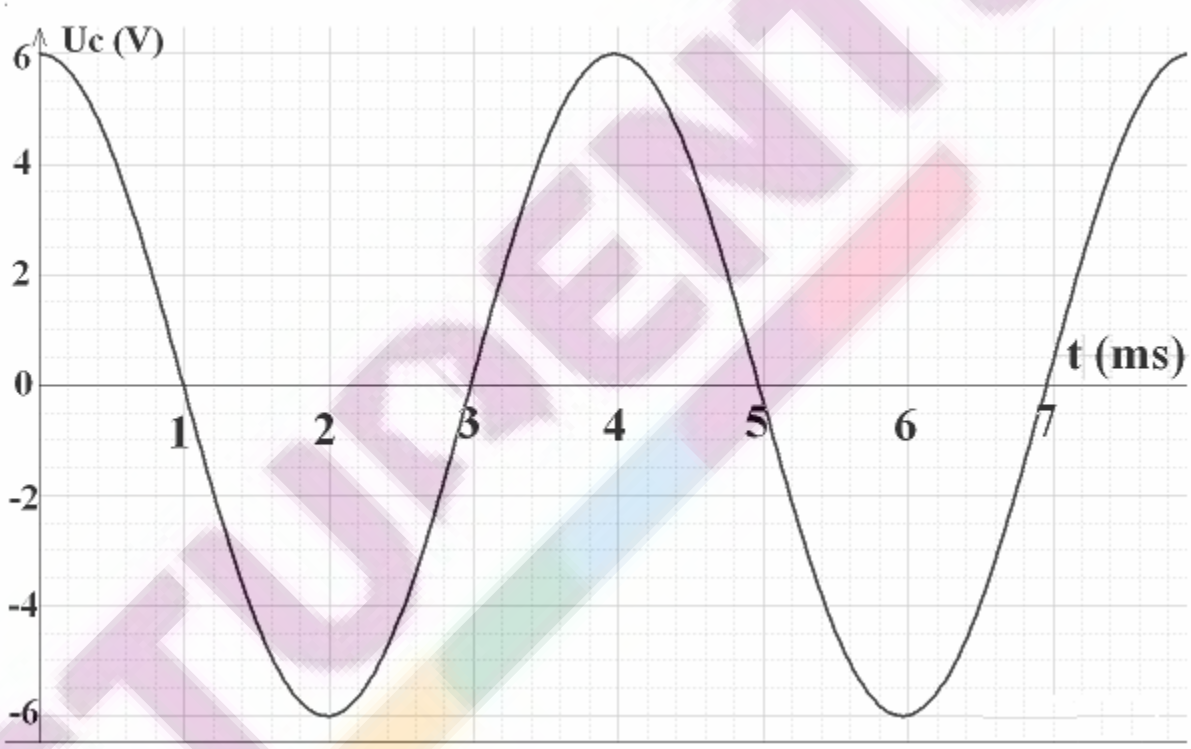
أ) حدد المبيان الموافق لكل تجربة. علل جوابك.

ب) أوجد قيمتي الدور الخاص T_0 و شبه الدور T. ماذا تستنتج؟

ج) حدد قيمة ثابتة الزمن τ عند ربط المكثف بالموصل الأومي.

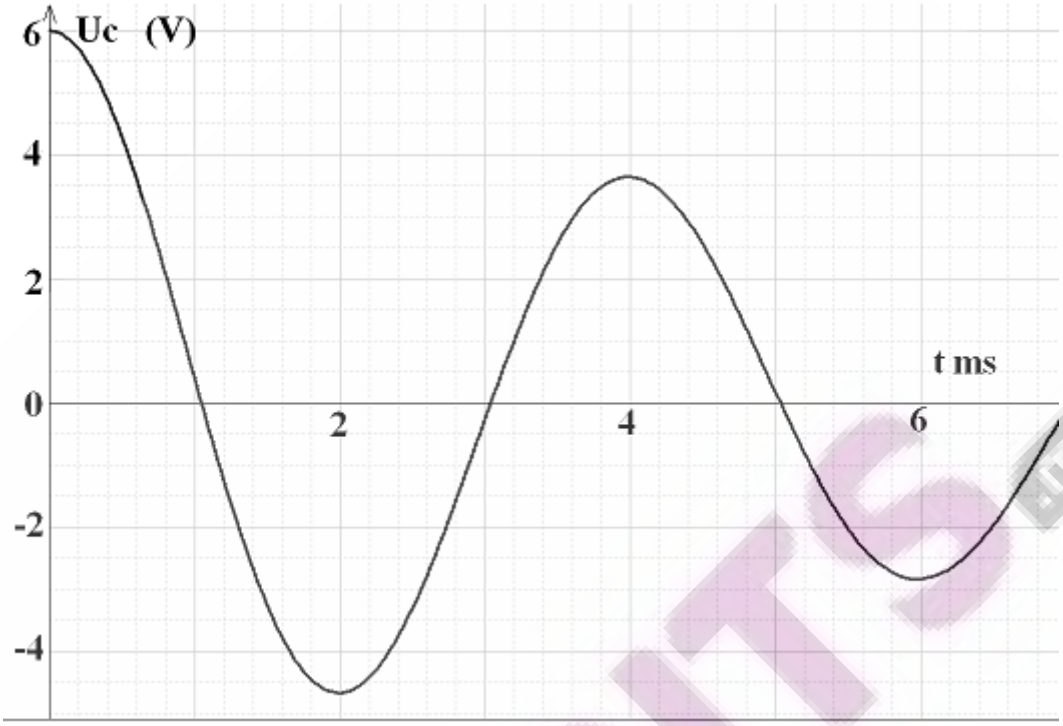
د) أوجد قيمة كل من R و L.

ه) احسب الطاقة E_j الضائعة بمفعول جول بين اللحظتين t=0 و t=T خلال التجربة الثالثة.

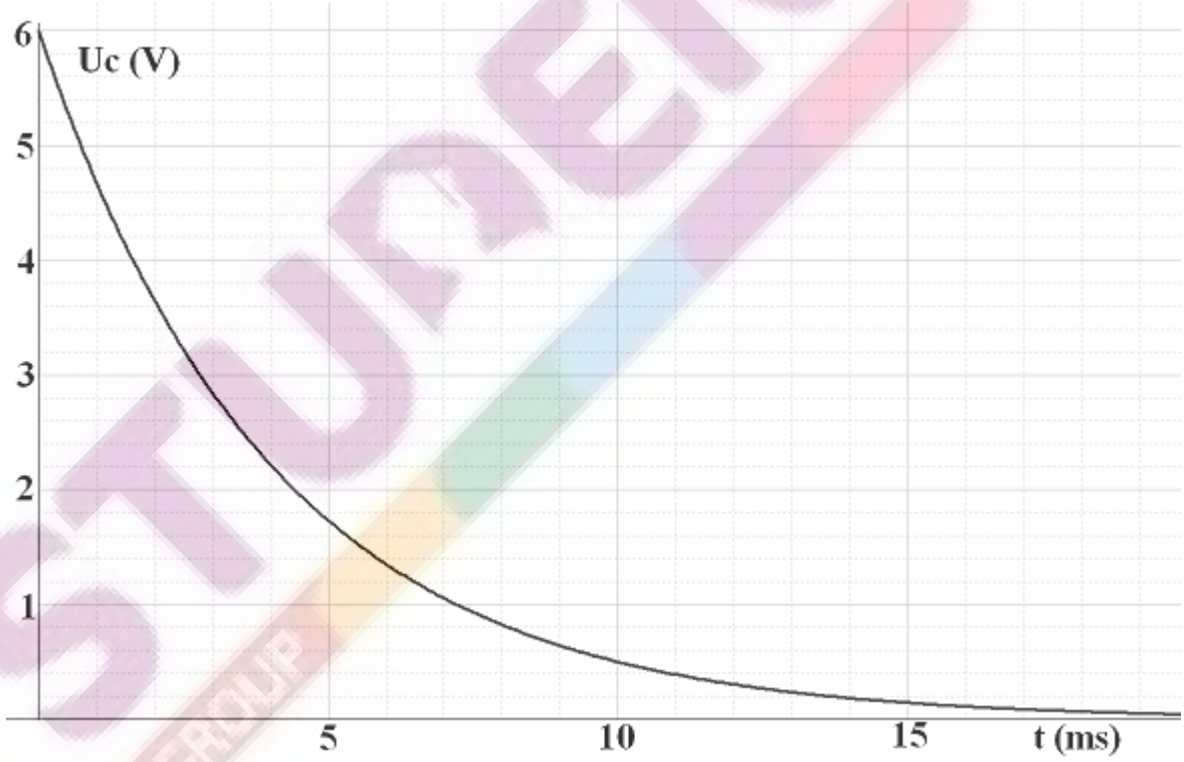


المبيان 1

www.students.ma



المبيان 2



المبيان 3

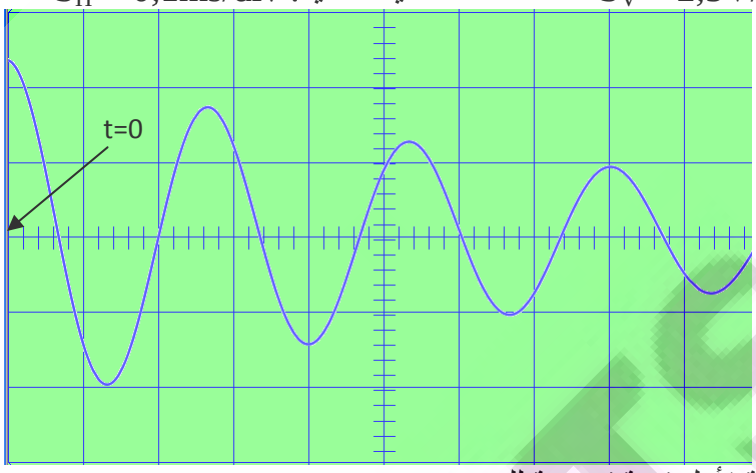
www.students.ma

4

نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر u_c بين مربطي المكثف و نحصل على المبيان أسفله:

الحساسية الرأسية: $S_V = 2,5V/div$ الحساسية الأفقية: $S_H = 0,1ms/div$



نعتبر أن اللحظة المقابلة لأول قيمة قصوية للتوتر u_c هي $t = 0$.

1- حدد مبيانيا شبه الدور T للذبذبات الكهربائية.

2- إلى ماذا يعزى خمود التذبذبات؟

3- بإهمال تأثير خمود التذبذبات على دور التذبذبات. أوجد قيمة سعة المكثف علما أن L=10mH.

4- احسب الطاقة الكلية للدارة الكهربائية عند اللحظتين $t=\frac{T}{2}$ و $t=\frac{3T}{2}$ و استنتج قيمة الطاقة E_J المبددة بمفعول جول بين هاتين اللحظتين.

5- هل المكثف يُشحن أم يُفرغ في المجالين: $t\in\left[\frac{T}{4};\frac{T}{2}\right]$ و $t\in\left[\frac{T}{2};\frac{3T}{4}\right]$. علل جوابك.

5

نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R و قاطع تيار K.

نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0 و نمثل بواسطة حاسوب و برنام ملائم تغير كل من التوتر u بين مربطي المكثف (الوثيقة 1) و الطاقة Ee المخزنة في المكثف و الطاقة Em المخزنة في الوشيعة و الطاقة الكلية Et للدارة الكهربائية (الوثيقة 2) بدلالة الزمن.

1- ما نوع نظام التذبذبات المحصل عليها؟

2- استنتج قيمة شبه دور التذبذبات.

3- ماذا يحدث للطاقة الكلية للدارة الكهربائية؟ علل ذلك.

4- أوجد الطاقة المبددة في الدارة الكهربائية بين اللحظتين $t_0=0$ و $t_1 = 1ms$.

5- بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات و باعتمادك الوثيقتين استنتج قيمتي C و L.

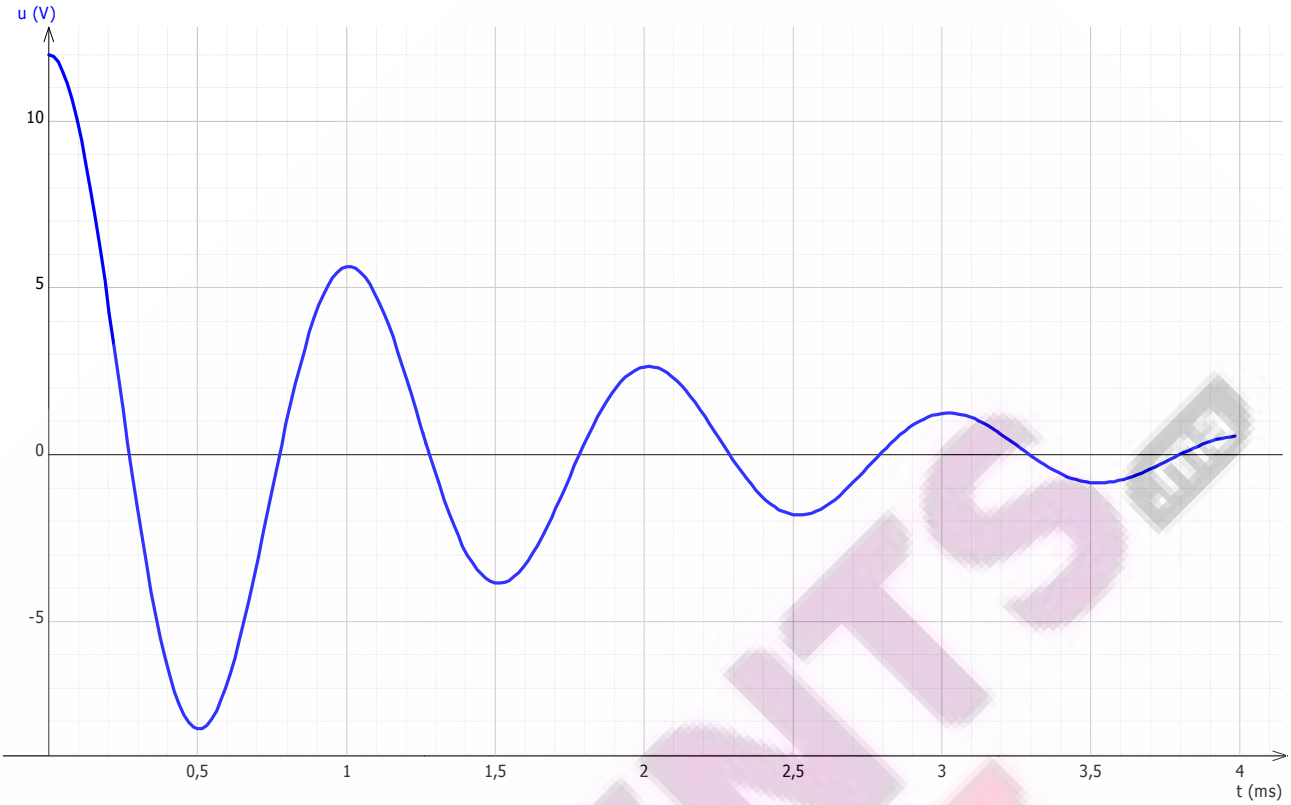
6- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u.

7- تُكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u كالتالي: $\frac{d^2u}{dt^2}+1500\frac{du}{dt}+\omega_0^2 u=0$

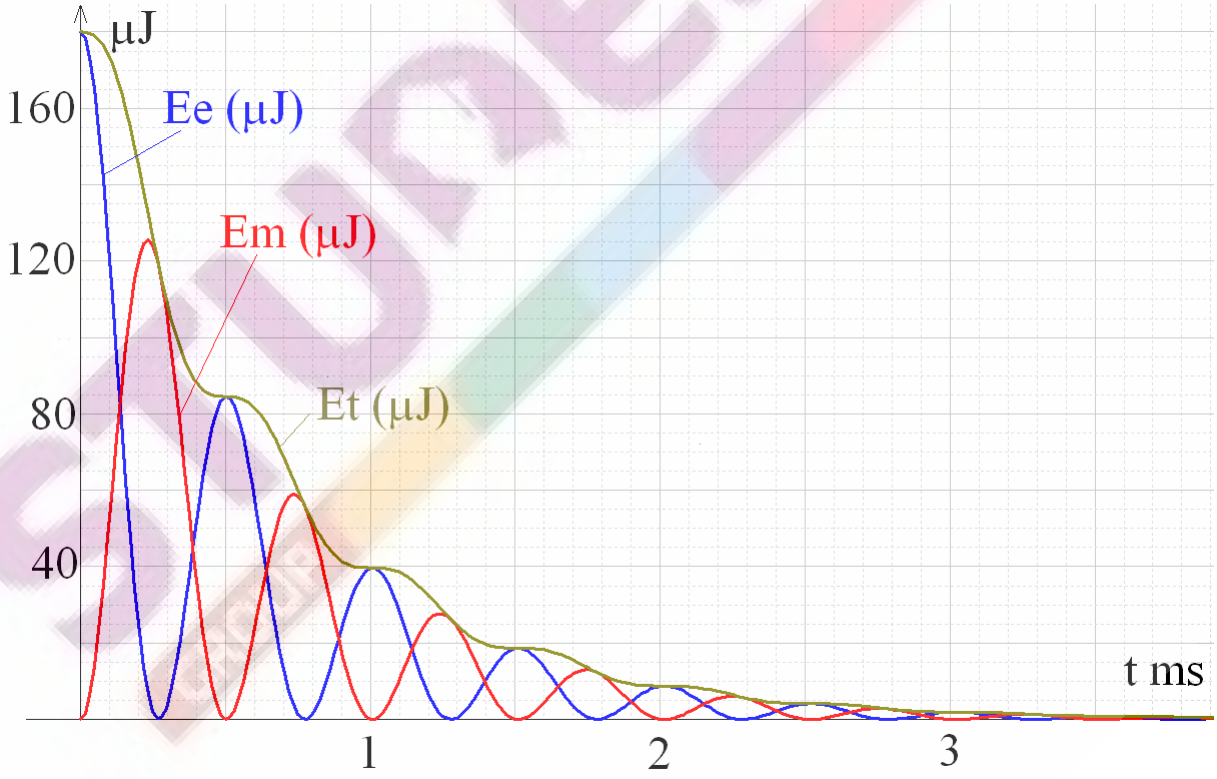
استنتج قيمة كل من ω_0 و المقاومة R للموصل الأومي.

www.students.ma

www.students.ma



الوثيقة 1



الوثيقة 2

www.students.ma

www.students.ma

التصحيح

1

1- لدينا حسب المبيان:

$T_0 = x.S_H = 4*2 = 8ms$

2- بما أن التذبذبات حرة و غير مخمدة إذن:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{64.10^{-6}}{47,37} = 1,35.10^{-6} F = 1,35\mu F$$

3-

تحديد q_0

نستنتج من المبيان أن التوتر القصوي بين مربطي المكثف (يقابل التوتر البدئي للمكثف) هو:

$U_0 = y.S_V = 3*5 = 15V$

إذن:

$$q_0 = CU_0 = 1,35.10^{-6} *15 = 2,025.10^{-5} C \approx 2.10^{-5} C$$

تحديد I_m

لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC:الطاقتان القصويتان للمكثف و الوشيعة متساويتان:

$$E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} \Rightarrow I_m = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$$

ت ع:

$$I_m = \frac{2.10^{-5}}{\sqrt{1,2*1,35.10^{-6}}} = 1,57.10^{-2} A = 15,7mA$$

4- لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC:

$$\xi = E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}\frac{q_{\max}^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{4.10^{-10}}{2*1,35.10^{-6}} = 1,48.10^{-4} J$$

2

1- لدينا:

$$u_c + u_L = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$$

www.students.ma

www.students.ma

-2

لدينا:

$$u_c(t) = U_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

تحديد T_0 :

لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-4} * 10^{-2}} = 2\pi.10^{-3} = 6{,}24.10^{-3}s = 6{,}24ms$$

تحديد φ

لدينا عند اللحظة t=0 Uc(t=0)>0 لأن اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند هذه اللحظة :

$$E_0 = \frac{1}{2}CU_c^2(t=0) \Rightarrow U_c(t=0) = \sqrt{\frac{2E_0}{C}} = \sqrt{\frac{2*10^{-2}}{10^{-4}}} = 14{,}14V = U_{\max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi > 0$$

$$i(t=0) = 0 = \frac{dq}{dt}(t=0) = C\frac{du_c}{dt}(t=0) = -\frac{2\pi.C}{T_0}U_{\max}\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 0$$

$$\begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi > 0 \\ 0 \le \varphi < 2\pi \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

تحديد U_{max}

باعتبار أن $\varphi = 0$ نجد:

$$U_{\max} = \frac{U_c(t=0)}{\cos\varphi} = U_c(t=0) = 14{,}14V$$

إذن:

$$u_c(t) = 14{,}14\cos(1000t)(V)$$

تحديد $u_L(t)$

لدينا:

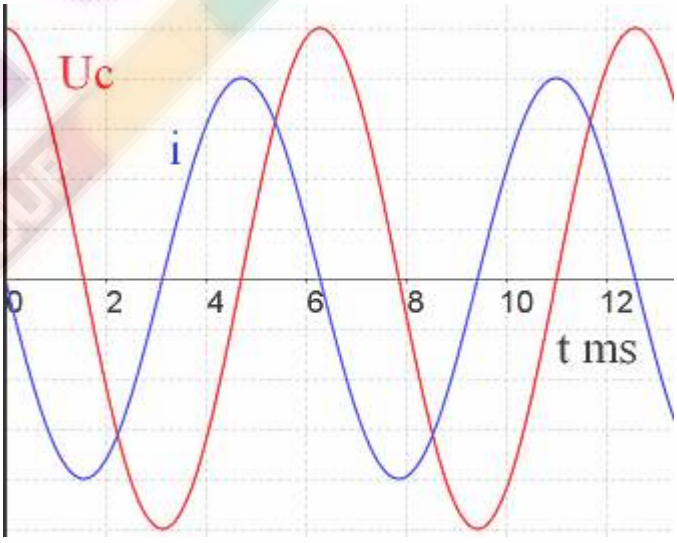
$$u_L(t) = -u_c(t) = -14{,}14\cos(1000t) = 14{,}14\cos(1000t + \pi)(V)$$

تحديد i(t)

لدينا:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu_c(t)}{dt} = -C * 1000 * 14{,}14\sin(1000t) = -1{,}414\sin(1000t) = 1{,}414\cos(1000t + \frac{\pi}{2})(A)$$

-3



www.students.ma

www.students.ma

4- لدينا:

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = 5000q^2$$

$$E_m = \xi - E_e = E_0 - E_e = 10^{-2} - 5000q^2$$

5- لدينا:

$$E_{e\max} = E_0 = 5000q_m^2 \Rightarrow q_m = \sqrt{\frac{E_0}{5000}}$$

ت ع:

$$q_m = \sqrt{\frac{10^{-2}}{5000}} = 1{,}414.10^{-3}C$$

6- لدينا:

$$E_e = 5000q^2$$

$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2$$

ت ع:

$$E_e = 5000 * 16.10^{-8} = 8.10^{-4}J$$

$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2 = 0{,}01 - 8.10^{-4} = 9{,}2.10^{-3}J$$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{4.10^{-4}}{10^{-4}} = 4V$$

$$i = \pm\sqrt{\frac{2E_m}{L}} = \pm\sqrt{\frac{2 * 9{,}2.10^{-3}}{0{,}01}} = \pm 1{,}36A$$

ملحوظة: عندما تكون $q>0$ فإن شدة التيار تكون موجبة عندما يشحن المكثف و تكون سالبة أثناء تفريغه.

3

1- لدينا:

$$q_0 = CU_{c0}$$

ت ع:

$$q_0 = 2{,}5.10^{-6} * 6 = 1{,}5.10^{-5}C$$

2-

أ) بما أن المبيان (1)يجسد تذبذبات كهربائية غير مخمدة التي تميز دارة كهربائية LC مثالية، إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثانية.
و بما أن المبيان(2) يجسد تذبذبات كهربائية شبه دورية التي تميز دارة كهربائية RLC (R صغيرة نسبيا) إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثالثة التي تتضمن دارة RLC .
و المبيان الثالث يجسد مبيان تفريغ مكثف في دارة RC، إذن فهو يوافق التجربة الأولى.

ب) نستنتج من المبيان (1) أن $T_0 = 4ms$ و من المبيان (2) أن $T = 4ms$ و هكذا نجد أن خمود التذبذبات لم يؤثر كثيرا على دور التذبذبات.

ج) بتمثيل المماس للمنحنى عند اللحظة t=0 نجد أن هذا المماس يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t = \tau = 4ms$.

www.students.ma

www.students.ma

د)

تحديد L:

لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

ت ع:

$$L = \frac{16.10^{-6}}{4\pi^2 * 2{,}5.10^{-6}} = 0{,}16H$$

تحديد R:

لدينا:

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

ت ع:

$$R = \frac{4.10^{-3}}{2{,}5.10^{-6}} = 1600\Omega$$

ه) عند t=T=4ms التوتر بين مربطي المكثف قصوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعة منعدمة كذلك.

إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هذه اللحظة تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهذه اللحظة:

$$E_j = E_0 - E_e = E_0 - \frac{1}{2}Cu_c^2 = \frac{1}{2}C\left(U_{c0}^2 - u_c^2\right)$$

ت ع:

$$E_j = \frac{1}{2}2{,}5.10^{-6}\left(36 - 13{,}69\right) = 2{,}810^{-5}J$$

4

1- $3T = x.S_H = 8 * 0{,}1 = 0{,}8ms \Rightarrow T = \frac{0{,}8}{3} = 0{,}27ms$

2- يعزى خمود التذبذبات إلى ضياع الطاقة على شكل طاقة حرارية نتيجة مفعول جول ، و لذلك لتواجد مقاومة بالدارة الكهربائية.

3- بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات نحصل على:

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{7{,}29.10^{-8}}{4\pi^2 * 0{,}01} = 1{,}8.10^{-7}F = 0{,}18\mu F$$

4- عند اللحظتين $t = \frac{T}{2}$ و $t = \frac{3T}{2}$ التوتر بين مربطي المكثف دنوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعة منعدمة كذلك.

إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هاتين اللحظتين تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهاتين اللحظتين:

$$E_t = E_e = \frac{1}{2}Cu_c^2$$

www.students.ma

www.students.ma

$$u_c\left(t=\frac{T}{2}\right)=-5V \Rightarrow E_t\left(t=\frac{T}{2}\right)_t=\frac{1}{2}*1{,}8.10^{-7}*25=22{,}5.10^{-7}J$$

لدينا:

$$u_c\left(t=\frac{3T}{2}\right)=-3{,}5V \Rightarrow E_t\left(t=\frac{3T}{2}\right)=\frac{1}{2}*1{,}8.10^{-7}*12{,}25=11{,}03.10^{-7}J$$

$$E_j=\left|E_t\left(t=\frac{3T}{2}\right)-E_t\left(t=\frac{T}{2}\right)\right|=11{,}47.10^{-7}J$$

5- نلاحظ من خلال المبيان أن القيمة المطلقة $|u_c|$ للتوتر بين مربطي المكثف تتزايد في المجال $t\in\left[\frac{T}{4};\frac{T}{2}\right]$

إذن المكثف يشحن في هذا المجال، بينما $|u_c|$ تتناقص في المجال $t\in\left[\frac{T}{2};\frac{3T}{4}\right]$ إذن فالمكثف يُفرغ في هذا المجال.

5

1- نظام شبه دوري.

2- نستنتج من المنحنى u(t) أن T= 1ms.

3- الطاقة الكلية للدارة تتناقص تدريجيا مع الزمن نتيجة تبددها على شكل طاقة حرارية بمفعول جول.

4- لدينا:

$$Et(t=1ms)=40\mu J$$
$$Et(t=0)=180\mu J$$

إذن الطاقة المبددة بين هاتين اللحظتين هي: $Et(t=0)-Et(t=1ms)=140\mu J$

5-

تحديد C:

لدينا عند اللحظة t=0 : u(t=0)=12V و Ee=180µJ

و نعلم أن: $Ee=\frac{1}{2}Cu^2(t=0) \Rightarrow C=\frac{2Ee}{u^2(t=0)}$

ت ع:

$$C=\frac{2*180.10^{-6}}{144}2{,}5\mu F$$

تحديد L:

باعتبار أن الخمود لم يؤثر على دور التذبذبات إذن يمكننا كتابة:

$$T=T_0=2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L=\frac{T^2}{4\pi^2C}$$

ت ع:

$$L=\frac{10^{-6}}{4\pi^2*2{,}5.10^{-6}}=0{,}01H=10mH$$

www.students.ma

www.students.ma

6- لدينا:

$$u + u_R + u_L = 0$$

$$\Leftrightarrow u + Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u + R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u + RC\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$$

7- لدينا: $\frac{d^2u}{dt^2} + 1500\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0$

إذن:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6325 rad/s$$

$$\frac{R}{L} = 1500 \Rightarrow R = 1500L = 1500 * 0{,}01 = 15\Omega$$

http://www.9alami.com

www.students.ma