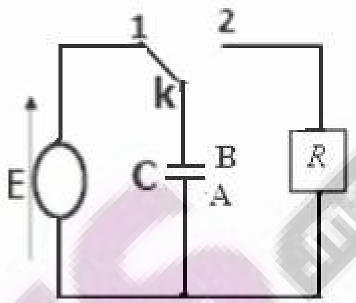
بسم الله الرحمان الرحيم:

سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC

التمرين الأول :

نعتبر الدارة التالية:



1) نضع قاطع لتيار الكهربائي في الموضع (1) عند اللحظة t=0

أ) ما الهدف من هذا لتركيب ؟

ب) ما إشارة شحنة كل من اللبوسين A و B ؟

2) نورجع قاطع التيار إلى الموضع (2).

1-2 أ) ارسم الدارة الموافقة ممثلا التوتريين مربطي كل ثنائي قطب.

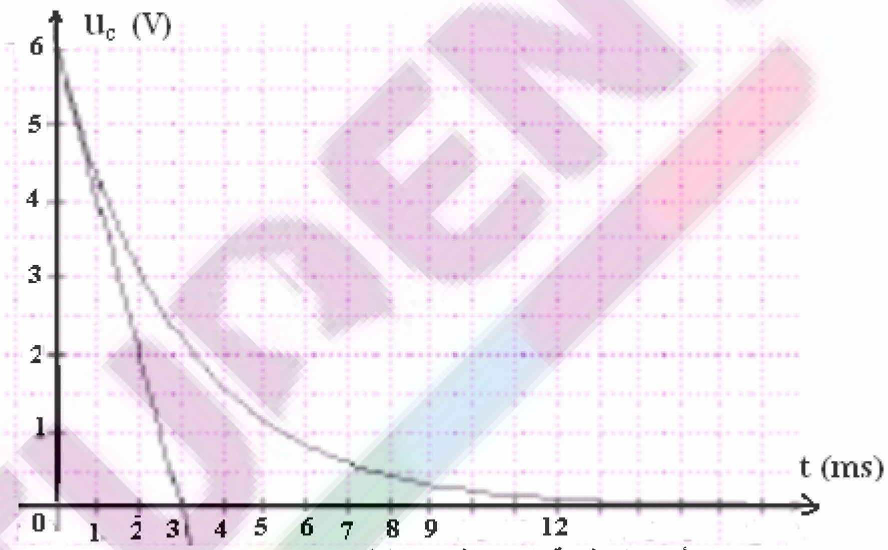
ب) بين أن : $u_R = RC\dfrac{du_c}{dt}$.

ج) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.

د) علما أن حل المعادلة التفاضلية المحصل عليها يكتب كما يلي : $u_C = Ae^{-Kt} + B$

حدد كل من K و B ، A ثم استنتج تعبير التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.

2-2 نعطي المنحنى الذي يمثل تغيرات التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.



أ) عرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RC .

ب) حدد مبيانيا قيمة ثابتة الزمن.

د) علما أن مقاومة الموصل الأومي $R = 12K\Omega$ ، استنتج قيمة سعة المكثف المستعمل .

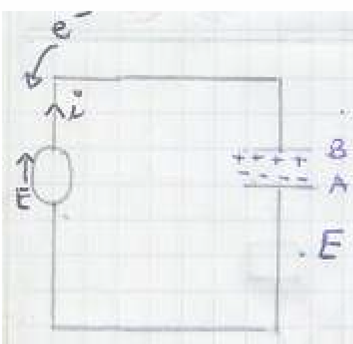
تصحيح:

-1 أ- الهدف من هذا التركيب : شحن المكثف.

ب- تحديد إشارة كل من اللبوسين.

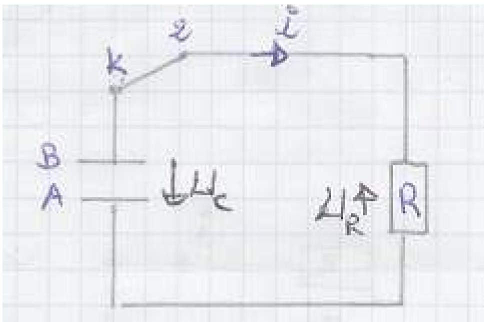
نعلم أن في اصطلاح المولد E و i لهما نفس المنحى.

عند وضع قاطع التيار في الموضع 1 ونظرا لوجود العازل ألاستقطابي بين لبوسي المكثف ، فإن المولد يجذب الإلكترونات من اللبوس B ويدفعها نحو اللبوس A.وبذلك يفقد اللبوس B الإلكترونات وتصبح شحنته موجبة بينما يكتسب اللبوس A الالكترونات وتصبح شحنته سالبة.



2) نرجع قاطع التيار إلى الموضع (2).

2-1- أ-



ب-

$$u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R\frac{d(c\,u_c)}{dt} = R\,c\,\frac{du_c}{dt}$$

ج- بتطبيق قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة ، لدينا :

$u_R + u_C = 0$ ولدينا : $u_R = Rc\dfrac{du_c}{dt}$

إذن : $Rc\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

أي : $\tau\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$ وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف. مع : $\tau = Rc$

د- لنحدد كل من الثوابت A ، B و K علما أن حل المعادلة التفاضلية يكتب كما يلي : $u_c = A.e^{-k.t} + B$

إذن : $\dfrac{du_c}{dt} = -K.A.e^{-K.t}$

المعادلة التفاضلية $\tau\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$ تصبح كما يلي : $\tau(-K.A.e^{-K.t}) + A.e^{-K.t} + B = 0$

$Ae^{-K.t}(1-\tau.K) + B = 0$ $\Leftarrow$ $Ae^{-K.t}(1-\tau.K) = -B$ لكي تتحقق هذه العلاقة

يجب أن يكون معامل $e^{-K.t}$ منعدما : $1-\tau.K = 0$ وبذلك تصبح : $B = 0$ و : $K = \dfrac{1}{\tau}$.

وبالتالي الحل يصبح كما يلي : $u_c = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن المكثف يخضع لرتبة نازلة للتوتر فإنه : عند اللحظة $t = 0$ ، $u_c = E$.

نعوض في $u_c = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ التي تصبح عند $t = 0$: $E = A.e^{0}$ وبما أن : $e^{0} = 1$ هذه النتيجة تكتب كما يلي : $E = A$

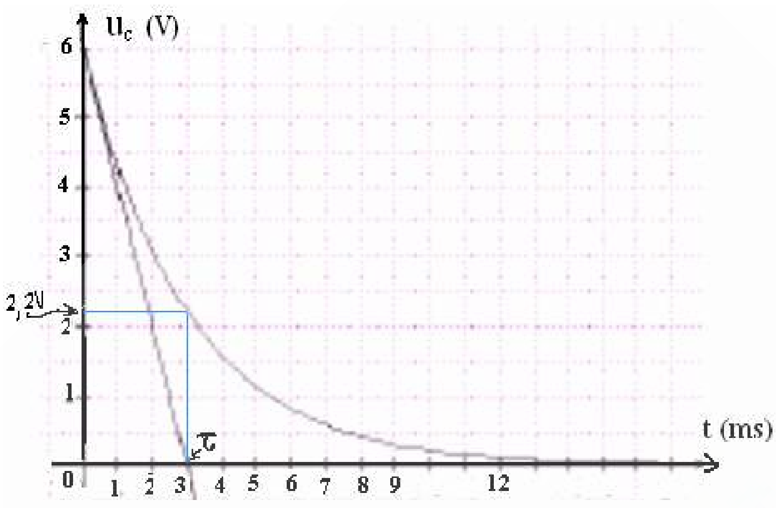
وبذلك نكون قد حددنا قيم الثوابت فنحصل على الحل :

$$u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2-2-

ا- نسمي ثابتة الزمن لثنائي القطب RC والتي نرمز إليها ب : τ المقدار $\tau = RC$ ووحدتها في النظام العالمي للوحدات هي : الثانية (s).

ب- مبيانيا ثابتة الزمن τ توافق نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_c = f(t)$ مع محور الزمن . انظر الشكل.



نجد : $\tau = 3ms = 3.10^{-3}s$

د- <u>الطريقة الأولى:</u> $\tau = RC$ ومنه : $C = \dfrac{\tau}{R}$

مع : $\tau = 3.10^{-3}s$ و : $R = 12k\Omega = 12.10^{3}\Omega$ $\Leftarrow$ $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{3.10^{-3}}{12.10^{3}} = 0,25.10^{-6}F = 0,25\mu F$

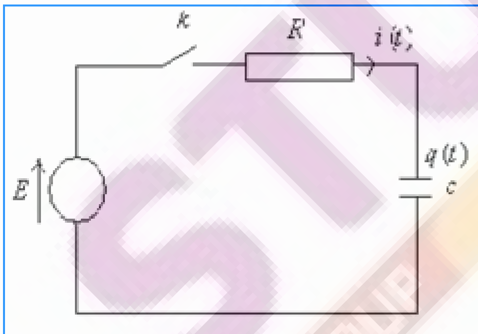
<u>الطريقة الثانية:</u>

عند اللحظة $t = \tau$ لدينا :

$$u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}} = Ee^{-1} = 0,37E = 0,37.(6V) = 2,2V$$

إذن التوتر $u_c = 2,2V$ يوافق مبيانيا اللحظة $t = \tau$ فنحصل من خلال المبيان على القيمة $\tau = 3ms$.انظر الشكل السابق.

<u>التمرين الثاني</u> : تصحيح التمرين رقم 5 ص : 118 الكتاب المدرسي – المسار-



نركب في الدارة الكهربائية جانبه مكثفا غير مشحون

ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة $t = 0$

1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

2- حل المعادلة التفاضلية يكتب كما يلي: $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

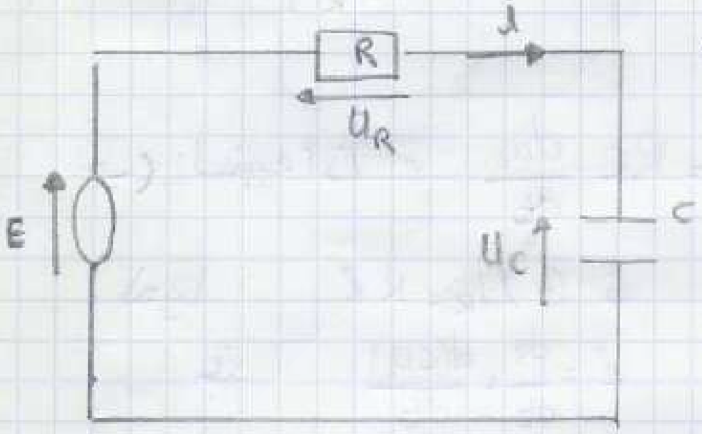
حيث : $\tau = RC$ ثابتة الزمن و: A وB ثابتتان.

أ) عندما تؤول $t \to +\infty$ ، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم .

ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج قيمة الثابتة B .

ب) باستعمال الشروط البدئية ، حدد قيمة الثابتة A ، واستنتج تعبير $q(t)$.

<u>التصحيح</u> :



لدينا حسب قانون إضافيات التوترات

① $U_R + U_C = E$

وحسب قانون أوم: $U_R = R.i$

مع: $i = \frac{dq}{dt}$

إذن: $U_R = Ri = R.\frac{dq}{dt}$

إذن العلاقة ① تصبح: $R.\frac{dq}{dt} + U_C = E$. ②

ونعلم أن $q = C.U_C$ إذن: $U_C = \frac{q}{C}$

وبالتالي العلاقة ② تصبح:

$$\boxed{R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E}$$

وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف.

ج - أ -

- بما أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + B}\ ①$$

$t \to +\infty$ - الدارة في النظام الدائم أي $U_C = E$ ومع $q = U_C.C$ فإن $q = E.C$

- لدينا: $t \to +\infty \Rightarrow e^{-\infty} \to 0$

- وبالتعويض في ① $t \to +\infty \Rightarrow q = C.E$

$$CE = Ae^{-\infty} + B$$

$$CE = 0 + B \Rightarrow \boxed{B = CE}$$

- إذن العلاقة ① تصبح ⟸ $\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + CE}$ ②

- ب - من خلال الشروط البدئية:

وبما أن المكثف خضع لرتبة صاعدة للتوتر.

لدينا: $t = 0 \Rightarrow U_C = 0 \Rightarrow q = C.U_C = 0$

و بالتعويض في ②

$$0 = Ae^{0} + CE$$

$$0 = A + CE$$

$$\Rightarrow A = -CE.$$

و بالتالي حل المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف تكتب كما يلي :

$$q = -CE\,e^{-t/\tau} + CE.$$

$$\boxed{q = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

والله ولي التوفيق.