



الدوال اللوغاريتمية

التمرين الأول:

حدد قيمة مقرية لكل من:

$$\ln(3) = 1.3 \quad \text{و} \quad \ln(2) = 0.7$$

$$Y = \ln(8) + \ln(\sqrt[3]{e}) - \ln(16). \quad X = \ln(36) + \ln(\sqrt{54}) - \ln\left(\frac{81}{64}\right).$$

$$Z = \ln(\sqrt{3}) - \ln(9) + \ln(6).$$

2. بسط ما يلي:

$$B = \ln(\sqrt{e}) - 3\ln(e^2) + \ln(2e) + \ln\left(\frac{1}{e}\right). \quad A = \ln(\sqrt{3} + 1)^{2010} + \ln(\sqrt{3} - 1)^{2010}$$

$$C = \ln(\sqrt[3]{e}) + 2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e}}\right) - \ln\left(\frac{e}{2}\right).$$

التمرين الثاني:

• حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$f_4(x) = \ln(1 - |x|) \quad f_3(x) = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \quad f_2(x) = \ln(x-1)^2 \quad f_1(x) = (\ln(x)-2)\sqrt{x}$$

$$f_8(x) = \sqrt{\ln(\sqrt{\ln(x)})} \quad f_7(x) = \sqrt{\frac{x}{\ln(x)-1}} \quad f_6(x) = \ln\left(\frac{(x+1)^2}{x^2+1}\right) \quad f_5(x) = \ln(-2x)$$

$$f_9(x) = \frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+7)}$$

التمرين الثالث:**حل في \mathbb{R} المعادلات والمتراجحات الآتية:**

$$\begin{aligned} \ln^2|x| - 2\ln|x|=0 & \quad \ln(\sqrt{1-x}) = \frac{1}{2}\ln(3) \quad \ln(x)=-2 \quad \ln(x)=3 \\ \ln x^2=4 & \quad \ln(x+1)+1=\ln(x^2+2x-3) \quad \ln|x+4|+\ln|x-2|=\ln(7) \\ \ln(2x-3)+\ln(x-4)=2\ln(2)+\ln(3) & \quad (\ln(x))^4-10(\ln(x))^2+9=0 \end{aligned}$$

$$\ln|\sin(x)| + \ln|\tan(x)| - \ln|\cos(x)|$$

$$\ln\left(\frac{x+7}{x+1}\right) = \ln(x+3)$$

$$\sqrt{\frac{\ln(x)}{\ln(x)-1}} > 1$$

التمرين الرابع:**• حل في \mathbb{R}^2 النظمات التالية:**

$$\begin{cases} 2\ln(x)+\ln(y)=\ln\left(\frac{x}{y}\right) \\ \ln(x)+2\ln(y)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\ln(x)+3\ln(y)=-2 \\ 3\ln(x)+5\ln(y)=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x^3 - \ln y^2 = -4 \\ \ln x + \ln y^4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(x-y)=0 \\ x+y=3 \end{cases}$$

حدد النهايات التالية:**• التمرين الخامس:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) + \frac{3}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 4x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x)+1)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0^-} -2x + (1+\ln(x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \ln(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3}(\ln(x))^3 + (x-1)\ln(x)$$

التمرين السادس:

$$\begin{cases} f(x) = x - \frac{2x}{\ln(x)} & .x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

• دالة معرفة بما يلي:

1. حدد حيز تعريف الدالة f .
2. أ- بين أن f متصلة في الصفر.
- ب- ادرس قابلية اشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصله.
3. 1- احسب النهايات عند المحدات.
- ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
4. ادرس تغيرات الدالة f .
5. 1- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C_f) .
- ب- أنشئ مماس المنحنى (C_f) في هذه النقطة.
6. ارسم المنحنى. $(e^2 = 7,4)$

التمرين السابع:

I - دالة عدديّة بحيث:

$$h(x) = 2 - \ln(x) + x$$

• احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$. (1)

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ احسب مشتقة الدالة $h(x)$. (2)

أعط جدول تغيرات الدالة h . (3)

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ تحقق أن: $h(x) \geq 3$. (4)

II. دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}.$$

حدد مجموعة تعريف الدالة f . (1)

• احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. (2)

ب- حدد الفروع اللانهائية للمنحنى.

• $\forall x \in D_f$. $f'(x) = \frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$. (3)

ب- وضع جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثامن:

$$g(x) = \frac{x^2}{\ln(x)} \quad x > 0$$

g دالة عدديّة ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي:

$$g(0) = 0$$

- (1) حدد مجموعة التعريف
 - (2) تحقق أن g متصلة على اليمين في الصفر.
 - (3) احسب نهايات g عند محدودات g .
 - (4) ادرس قابلية اشتتقاق g على يمين 0.

$$g'(x) = \frac{x(-1 + 2\ln(x))}{(\ln(x))^2} \quad : \quad \text{لدينا} \quad [0,1] \cup [1,+\infty[$$

6) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في مجموع (o,i,j)

العدد التاسع:

$$f(x) = 2x - \ln \left[\frac{(x+1)^2}{x^2+1} \right]. \quad \text{دالة بحيث: } f$$

- $$\text{أ-} \boxed{\text{بين أن } D_f = [-\infty, -1] \cup [-1, +\infty)} \quad \text{ب- احسب النهايات عند المحدات .}$$

$$\forall x \in D_f \quad f(x) = 2x + \ln(x^2 + 1) - 2\ln|x+1| \quad \text{أ- بین انه :} \quad (2)$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + x + 2)}{(x+1)(x^2 + 1)}$$

ج- أعط جدول التغيرات.

أ- بين أن المستقيم $y = 2x$ ذو المعادلة $y = 2x + \infty$ و $y = 2x - \infty$. (3)

ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) - 2x = 0$: واستنتج تقاطع (C_f) بـ $y = 2x$.

(4) أنشئ المنحنى محدداً النقط ذات الأفاسيل 2- و 1 و 2

$$\therefore (\ln 3 = 1,1 \text{ و } \ln 2 = 0,7 \text{ و } \ln 5 = 1,6) \text{ نأخذ}$$

التمرين العاشر:

$$f(x) = \frac{x + \ln|x-1|}{x-1}.$$

التمرين العاشر: دالة معرفة من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} بما يلي:

- (1) حدد D_f . 2. بين أن $(1,1)$ مركز تماذل المنحنى C (نهنفع) . $D_E = [1, +\infty]$

(3) - احسب $f'(x)$ على D_f واستنتج أن f تزايدية على $[1, 2]$ وتناقصية على $[2, +\infty)$.

٤- حدد احداثي نقطة انعطاف على D_E .

بـ- حدد احداثي نقطه تقاطع (C) والمستقيم $y = 1$ على مجال الدراسة D_E.

$$\text{جـ- أنشـي } (C) \text{ على } D_E \text{ و ممـاسـه في } x_0 = 1 + \sqrt{e} \quad \frac{1}{e} = 0,3 \quad \text{نـاخـد}$$