

المستوى: الأولى ثانوي تأهيلي الشعبة: آداب السنة الدراسية: 2007/2006	امتحان تجريبى في مادة الرياضيات مدة الانجاز: ساعة و نصف	نوابة عن السبع الحي المحمدي الثانوية التأهيلية الحسين بن علي
---	---	---

<u>التمرين الأول (المنطق) (3 نقط)</u>		
$x \in \mathbb{R}$ ، $y \in \mathbb{R}$	$x^2 = y^2 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 0$	1
	$(\forall x \in \mathbb{R}) : x \geq 0$	1
	<u>التمرين الثاني (الحساب العددي) (4 نقط)</u>	
<p>- ليكن x و y عددين متناسبين مع 2 و 5 . حدد قيمة العددين x و y علماً أن $x+y=14$</p> <p>- نعتبر ثلاثة الحدود $P(x)$ حيث $P(x)=x^2-6x+5$</p> <p>(1) حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x)=0$</p> <p>(2) حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) < 0$</p>		0.75
<p>C- حل في \mathbb{R}^2 النظمـة التالية مستعملـا طرـيقـة المـحددـات :</p> $(S) : \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$		1.5
<u>التمرين الثالث (عموميات حول الدوال) (3 نقط)</u>		
<p>نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :</p> <p>أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f</p> <p>ب- ادرس زوجية الدالة f</p> <p>ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $-f(x)$. ماذا تستنتج؟</p> <p>ث- ادرس رتابة الدالة f على المجال $[0; +\infty)$</p>		0.5
<u>التمرين الرابع (المتتاليات العددية) (3 نقط)</u>		0.5
<p>نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بعلاقة الترجمـة التالية :</p> $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}$		1.25
<p>(1) أثبت أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددا أساسها</p> <p>(2) اعط صيغـة الحـد العـام</p> <p>(3) احسب u_{75} ثم استنتاج المجموع</p>		0.5
<u>التمرين الخامس (التعـداد) (4 نقط)</u>		1.25
<p>(1) احسب A_7^3 و C_6^2 و $3!$</p> <p>(2) يحتوي صندوق على 3 كرات لونها أحمر و 4 لونها أخضر و واحدة لونها أزرق</p> <p>- نسحب تانيا 3 كرات من الصندوق.</p> <p>• ما هو عدد الحالات الممكنة؟</p> <p>• ما هو عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء</p> <p>- نسحب بالتتابع و بدون إخلال 3 كرات من الصندوق</p> <p>• ما هو عدد الحالات الممكنة؟</p>		0.5
<u>التمرين السادس (النهايات) (3 نقط)</u>		1
<p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3$ ، $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x \leftarrow 2}} \frac{2x+1}{x-2}$</p> <p>احسب :</p>		1
-----		3

التمرين الأول (المنطق)

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \quad (1) \quad \text{عبارة صحيحة لأن } (0=1) \Rightarrow \text{عبارة خاطئة.}$$

(2) نفترض أن $\forall x \in IR \quad \forall y \in IR \quad x^2 = y^2$ عبارة صحيحة
إذن $x - y = 0$ أي $x^2 - y^2 = 0$ عبار صحيحة و بالتالي فإن الاستلزم صحيح

$$(\exists x \in \mathbb{R}) : |x| < 0 \quad (3)$$

التمرين الثاني (الحساب العددي)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{7} = \frac{14}{7} = 2 \quad \text{لدينا} \quad A$$

$$y = 10 \quad \text{و بما أن } 2 = \frac{y}{5} \quad \text{فإن} \quad x = 4 \quad \text{و بما أن } 2 = \frac{x}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad -B$$

$$= (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 \\ = 36 - 20 \\ = 16 > 0$$

فإن للمعادلة حللين مختلفين هما :

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ = \frac{6 - 4}{2} \\ = \frac{2}{2} \\ = 1$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ = \frac{6 + 4}{2} \\ = \frac{10}{2} \\ = 5 \\ S = \{1; 5\} \quad \text{إذن}$$

(2)

x	-∞	1	5	+∞
$P(x)$	+	○	-	○

$$S =]1; 5[$$

بما ن : $0 \neq -C$ فإن $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -13 \neq 0$ حيث $(x, y) \in S$ نظمة كرامر لها حل وحيد في \mathbb{R}^2

$$\begin{aligned} y &= \frac{\Delta_y}{\Delta} \\ &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{-13} \\ &= -\frac{9}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\Delta_x}{\Delta} \\ &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{-13} \\ &= -\frac{7}{13} \end{aligned}$$

$$\text{إذن } S = \left\{ \left(-\frac{7}{13}, -\frac{9}{13} \right) \right\}$$

التمرين الثالث (عموميات حول الدوال)

أ- لأن f دالة حدودية $D_f = \mathbb{R}$

ب- نعلم أن $\mathbb{R} =]-\infty, 0] \cup [0; +\infty[$ أي المجالات متماضية بالنسبة للصفر ، إذن لكل x من \mathbb{R} ، $-x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = (-x)^2 + 1$$

• لكل x من \mathbb{R} لدينا :

$$= f(x)$$

خلاصة : f دالة زوجية

ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $f(x) - 1$. ماذا تستنتج؟

لكل x من \mathbb{R} لدينا :
 $f(x) - 1 = x^2 + 1 - 1$
 $= x^2 \geq 0$
 أي لكل x من \mathbb{R} إذن الدالة f مصعرة بالعدد 1

ثـ- ادرس رتابة الدالة f على المجال $[0; +\infty]$
 ليكن x و y عنصرين من $[0; +\infty)$ مختلفين . لدينا :

$$\begin{aligned} \frac{f(x) - f(y)}{x - y} &= \frac{(x^2 + 1) - (y^2 + 1)}{x - y} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)}{x - y} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)}{x - y} \\ &= x + y \end{aligned}$$

وبما أن x و y عنصرين من $[0; +\infty)$ و مختلفين فإن $x + y > 0$ أي $0 < x + y$ ، إذن f دالة متزايدة قطعا على المجال $[0; +\infty]$.

التمرين الرابع (المتتاليات العددية)

(1) لكل n من \mathbb{N} لدينا : $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ إذن $u_{n+1} - u_n = u_n + 3 - u_n = 3$: ممتالية حسابية أساسها 3

(2) نعلم أن لكل n من \mathbb{N} حيث $u_n = u_p + (n-p)r$ أساس r و أحد حدود المتتالية الحسابية على التوالي . إذن $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n$

(3) احسب u_{75} ثم استنتج المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75}$

$$\begin{aligned} u_{75} &= 1 + 3 \times 75 \\ &= 1 + 225 \\ &= 226 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75} \\ &= \frac{(75 - 0 + 1)(u_0 + u_{75})}{2} \\ &= \frac{76(1 + 226)}{2} \\ &= 38 \times 227 \\ &= 8626 \end{aligned}$$

التمرين الخامس (التععدد)

فرع

(1)

$$\begin{aligned} A_7^3 &= 7 \times 6 \times 5 \\ &= 210 \end{aligned}$$

•

•

•

•

•

•

•

$$\begin{aligned} C_6^2 &= \frac{6!}{2! \times (6-2)!} \\ &= \frac{4! \times 5 \times 6}{(2 \times 1) \times 4!} \\ &= \frac{5 \times 6}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

(2)

• عدد الحالات الممكنة $-A$

$$\begin{aligned} C_8^3 &= \frac{8!}{3! \times 5!} \\ &= 7 \times 8 \\ &= 56 \end{aligned}$$

• عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حسراوين و كرة خضراء

$$C_3^2 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

-B
• عدد الحالات الممكنة

$$A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

(النهايات)

التمرين السادس

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x+1}{x-2} = -\infty$$

$$(\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} x-2 = 0^- \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} 2x+1 = 5) \quad \text{لأن } 5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1} x - 3 \\ &= -2 \end{aligned}$$