www.students.ma

1 ـ المعادلة المختصرة لمستقيم لا يوازي محو الأراتيب:

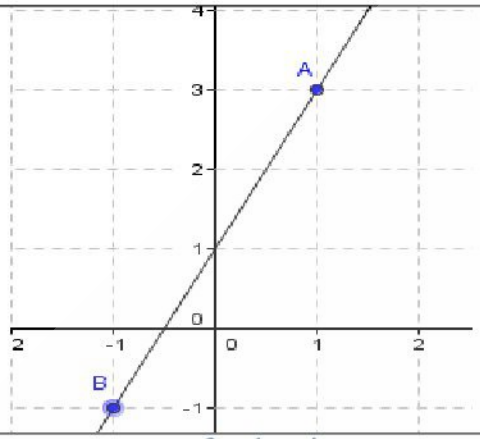
تعريف : (O,I,J) معلم متعامد

النقط التي ترتبط إحداثياتها (x,y) بالعلاقة $y=ax+b$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

المتساوية $y=ax+b$ تسمى المعادلة المختصرة للمستقيم (AB)

العدد a يسمى ميل المستقيم (AB) أو المعامل الموجه للمستقيم .

العدد b يسمى الأرتوب عند الأصل .



حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) حيث :

$A(1,3)$ و $B(-1,-1)$

لتكن نقطة $M(x,y) \in (AB)$

إذن : $\overrightarrow{AM}(x-1,y-3) = k\overrightarrow{AB}(-2,-4)$

ومنه : $k = \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{-4}$

أي : $-4(x-1) = -2(y-3)$

ومنه : $2x-2 = y-3$ أو : $y = 2x+1$

ميل المستقيم هو : $\frac{3--1}{1--1} = \frac{4}{2} = 2$

الأرتوب عند الأصل : $3-2\times 1 = 3-2 = 1$

أو : $-1-2\times(-1) = \mp 2 = 1$

إذن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) $y = 2x+1$

معادلة مستقيم يمر من نقطتين لهما نفس الأرتوب :

لتكن نقطتين : $A(3,2)$ و $B(-2,2)$

ميل المستقيم : $\frac{2-2}{3--2} = 0$

الأرتوب عند الأصل : $2-0\times 3 = 2$

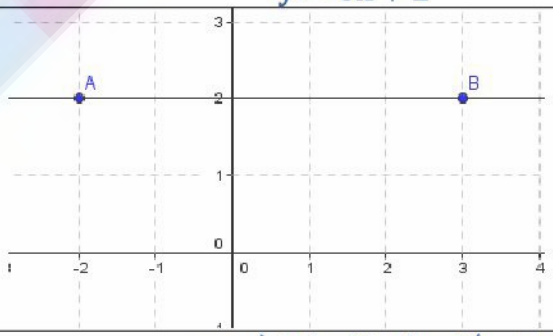
إذن : $y = 0x+2$

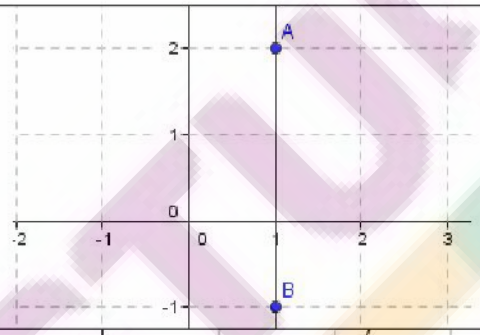
معادلة مستقيم يمر من نقطتين لهما نفس الأفصول :

لتكن نقطتين : $A(1,2)$ و $B(1,-1)$

ميل المستقيم : $\frac{2--1}{1-1}$ لا يمكن أن نقسم على الصفر.

إذن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) : $x = 1$





تمرين : 1 ـ أنشئ المستقيم (D) في م.م.م

المعرف بالمعادلة : $y = 2x-3$

2 ـ حدد نقطة تقاطع المستقيم ومحور الأفاصيل .

3 ـ حدد نقطة تقاطع المستقيم ومحور الأراتيب .

1 ـ ننشئ نقطتين إحداثياتها تحقق معادلة المستقيم على التوالي.

$A(0,-3)$ و $B(1,-1)$ $(y = 2\times 1-3 = -1)$

2 ـ لتكن $E(a,b)$ تقاطع المستقيم ومحور الأفاصيل

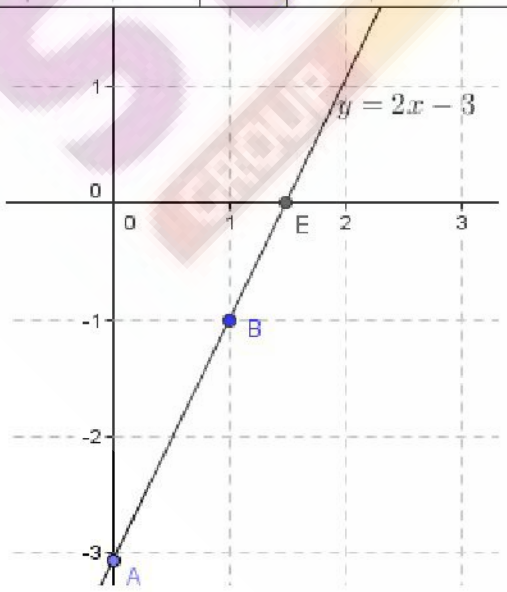
إذن : $b = 0$ و $y = 2\times a-3 = 0$ أي : $a = \frac{3}{2}$

ومنه : $E\left(\frac{3}{2},0\right)$

3 ـ ـ لتكن $F(a,b)$ تقاطع المستقيم ومحور الأراتيب

إذن : $a = 0$ و $y = 2\times 0-3 = b$ أي : $b = -3$

ومنه : $F(0,-3)$



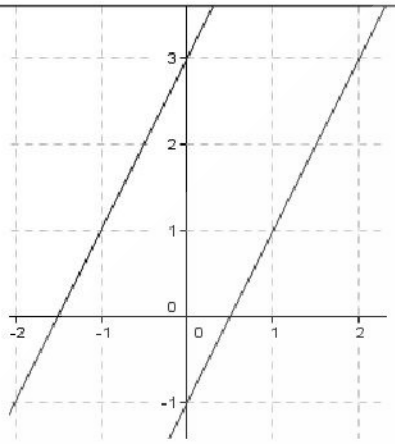
www.students.ma

www.students.ma

2 ـ مستقيمان متوازيان :

نعتبر المستقيمين (D)و (Δ)المعرفين ب : $y = 3x + 3$ و $y = 3x - 1$ على التوالي .
لتكن $A(2,9)$ و $B(0,3)$نقطتين من المستقيم (D)
و $C(1,2)$ و $D(3,8)$ نقطتين من المستقيم (Δ)
إذن لدينا : $\overrightarrow{AB}(-2,6)$و $\overrightarrow{CD}(2,6)$
متجهتان مستقيميتان لأن : $2 \times 6 = -8 \times (-2)$
ومنه : (D) // (Δ)

إذا كان لمستقيمين نفس الميل فإنهما متوازيان .
وعكسيا
إذاكان مستقيمان متوازيين فإن لهما نفس الميل .



تمرين : $y = 4x + 1$ المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .
1 ـ هل النقطة $A(2,5) \in (D)$ ؟
2 ـ حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من A والموازي للمستقيم (D) .

1 ـ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)
لأن : $y = 4 \times 2 + 1 = 7 \neq 5$

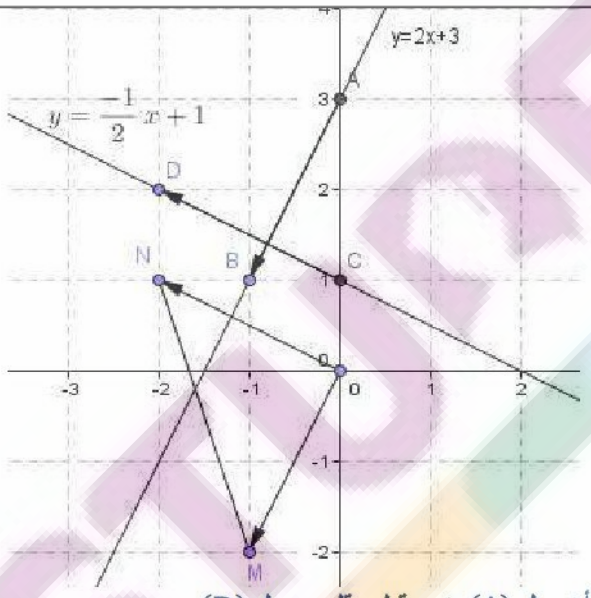
2 ـ المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = ax + b$
ـ ميل المستقيم (Δ) :
ميل المستقيم ( ) لأن : (D) // (Δ)إذن $a = 4$
ـ الأرتوب عند الأصل : $A(2,5) \in (D)$ إذن : $5 = 4 \times 2 + b$
ومنه : $b = 5 - 8 = -3$
وبالتالي : المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = 4x - 3$

3 ـ مستقيمان متعامدان :

(O,I,J) معلم متعامد ممنظم .

ليكن ( ) المستقيم ذا المعادلة : $y = ax + 3$
و (Δ) المستقيم ذا المعادلة : $y = bx + 1$
و $(\Delta) \perp (D)$.
إذن لدينا : $A(0,3)$ و $B(1,a+3)$ من (D)
و $C(0,1)$ و $D(1,b+1)$ من (Δ)
ومنه لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,a)$ و $\overrightarrow{CD}(1,b)$
نأخذ نقطة M بحيث : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$
وكذلك نقطة N بحيث : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{CD}$
ومنه : $M(1,a)$ و $N(1,b)$ و$O(0,0)$
المثلث OMN قائم الزاوية في O .
إذن : $MN^2 = OM^2 + ON^2$

$b^2 - 2ba + a^2 = 2 + a^2 + b^2$
$ab = -1$
إذا كان مستقيمان متعامدين فإن جداء ميلهما يساوي -1 .



نلاحظ أن ميل (Δ) هو مقبل مقلوب ميل (D)
وعكيبا إذا كان جداء ميلهما يساوي -1 فهل المستقيمان متعامدان ؟

تمرين : $y = 5x + 2$ المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .
1 ـ هل النقطة $A(2,8) \in (D)$ ؟
2 ـ حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من A والعمودي على المستقيم (D) .

1 ـ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)
لأن : $y = 5 \times 2 + 2 = 12 \neq 8$

2 ـ المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = ax + b$
ـ ميل المستقيم (Δ) : هو مقابل مقلوب ميل المستقيم (D)
لأن : $(D) \perp (\Delta)$ إذن $a = -\frac{1}{5}$
ـ الأرتوب عند الأصل : $A(2,8) \in (D)$ إذن : $8 = \frac{-1}{5} \times 2 + b$
ومنه : $b = 8 - \frac{2}{5} = \frac{38}{5}$
وبالتالي : المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = \frac{-1}{5}x + \frac{38}{5}$

www.students.ma