www.students.com

2ع ت حساب الإحتمال

1.التعداد :

خاصية : (المبدا الاساسي للتعداد – او مبدا الجداء)

لتكن E تجربة تتطلب نتائجها k اختيارا

اذا كان الاختيار الاول يتم ب n_1 طريقة مختلفة

و الاختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة

والاختيار k يتم ب n_k طريقة مختلفة .

فان عدد النتائج الممكنة هوالجداء $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$

تعريف : (الترتيبات – التبديلات)

ليكن **n** و **p** عنصرين من N^*

.كل ترتيب ل **p** عنصر مختار من بين **n** عنصر (مع امكانية تكرار نفس العنصر)يسمى ترتيبة بتكرار ل **p** عنصر من بين **n** عنصر .

. كل ترتيب ل **p** عنصر مختار من بين **n** عنصر يسمى ترتيب بدون تكرار ل **p** عنصر من بين **n** عنصر (هذا ممكن اذا كان $1 \le p \le n$) .

.كل ترتيبة بدون تكرار ل **n** عنصر من بين **n** عنصر تسمى تبديلة ل **n** عنصر .

تعريف : (التاليفات)

ليكن **n** و **p** عنصرين من N حيث $0 \le p \le n$.

وليكن E مجموعة مكونة من **n** عنصر

كل جزء من E يتكون من **p** عنصر يسمى تاليفة ل **p** عنصر من بين **n** عنصر

خاصية : (حساب الاختيارات)

ليكن **n** و **p** عنصرين من N^*

.عدد الترتيبات بتكرار ل **p** عنصر من بين **n** عنصر هو n^p .

.عدد الترتيبات بدون تكرار ل **p** عنصر من بين **n** عنصر

(حيث $1 \le p \le n$) هو :

$n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)$ ونرمز له بالرمز A_n^p

.عدد الترتيبات ل **n** عنصر من بين **n** عنصر هو

$n(n-1)(n-2)\ldots 2.1$ ونرمز له بالرمز $n!$ واصطلاحا $0!=1$.

.عدد التاليفات المكونة من **p** عنصر من بين **n** عنصر هو $\frac{A_n^p}{p!}$ ونرمز له بالرمز C_n^p

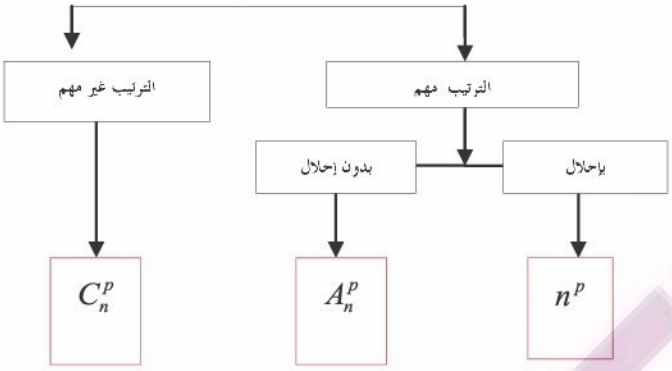
نتائج:

ليكن **n** من N^* و **p** عددا صحيحا طبيعيا حيث $0 \le p \le n$

$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$. $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

$C_n^p = C_n^{n-p}$.

.علاقة باسكال: $(p+1 \le n)\ C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$



حيث في حالة سحب كرات من كيس :

n هو عدد الكرات الموجودة في الكيس و **p** هو عدد الكرات التي نريد سحبها

2.احتمال على مجموعة منتهية :

تعريف: (احتمال على مجموعة منتهية)

ليكن $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ كون إمكانيات تجربة عشوائية

عندما نربط كل جزء **A** من Ω بعدد حقيقي $p(A)$ بحيث :

$p(\Omega) = 1$.

$\forall (A,B) \in P(\Omega)^2 \quad A \cap B \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

نقول إننا عرفنا احتمالا على Ω .



مصطلحات

.الزوج (Ω, p) يسمى فضاءا احتماليا منتهيا

.كل جزء من Ω يسمى حدثا

.لكل i من $\{1;2;\ldots;n\}$ الحدث $\{\omega_i\}$ يسمى حدثا ابتدائيا

. اذا كان $A \cap B = \Phi$ نقول ان A و B حدثين غير منسجمين

نتائج

ليكن (Ω, p) فضاء ا احتماليا منتهيا و A و B حدثين

$p(\Phi) = 0$.

$0 \le p(A) \le 1$.

$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$. (حيث $\overline{A}$ متمم A في Ω)

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

www.students.com

www.students.com

2 ع ت — حساب الإحتمال

خاصية : (فرضية تساوي الاحتمالات)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا

اذا كانت جميع الاحداث الابتدائية متساوية الاحتمال نقول ان فرضية تساوي الاحتمالات محققة واحتمال كل حدث $\mathbf{A}$ في هذه الحالة هو

$$p(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)}$$

3.الاحتمال الشرطي :

تعريف : (الاحتمال الشرطي)

ليكن (Ω, p) يسمى فضاءا احتماليا منتهيا . و $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ حدثين بحيث

$p(A)\neq 0$

احتمال $\mathbf{B}$ علما ان $\mathbf{A}$ محقق هو $\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

ونرمز له بالرمز $p_A(B)$ او $p(B/A)$

خاصية : (صيغة الاحتمالات المركبة)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا و $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ حدثين حيث $p(A)p(B)\neq 0$ لدينا $p(A/B)p(B)=p(B)p(B/A)$

تعريف : (تجزئة)

نقول ان الاحداث B_1 و B_2 و.....و B_n تكون تجزئة للفضاء Ω اذا كان :

. الاحداث B_1 و B_2 و.....و B_n غير منسجمة مثنى مثنى .

. $B_1\cup B_2\cup.....\cup B_n=\Omega$

خاصية : (صيغة الاحتمالات الكلية)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا و B_1 و B_2 و.....و B_n تجزئة حيث $\forall i\in[1,n]\quad p(B_1)\neq 0$

لكل $\mathbf{A}$ حدث ضمن Ω لدينا $p(A)=\sum_{i=1}^{n}p(A/B_i)p(B_i)$

تعريف : (استقلالية حدثين)

A و B مستقلين اذا كان : $p(A\cap B)=p(A)p(B)$

خاصية : (استقلالية اختبارات)

اذا كان $\mathbf{P}$ احتمال الحدث $\mathbf{A}$.واعدنا نفس الاختبار $\mathbf{n}$ مرة في ظروف مستقلة فان احتمال وقوع $\mathbf{k}$ مرة الحدث هو $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

4.المتغير العشوائي :

تعريف : (المتغير العشوائي)

(Ω, p) فضاء احتمالي منته

عندما نربط كل عنصر من Ω بعدد x_i نقول أننا عرفنا متغيرا عشوائيا على Ω .

تعريف : (قانون احتمال المتغير)

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منته و $\mathbf{X}$ متغير عشوائي معرف على Ω

المجموعة $X(\Omega)=\{x_1,....,x_m\}$ تسمى مجموعة قيم $\mathbf{X}$.

الدالة العددية التي ترتبط كل قيمة x_i بالعدد $p(X=x_i)$ تسمى قانون احتمل المتغير $\mathbf{X}$

تعريف : (وسيطات المتغير العشوائي)

ليكن (Ω, p) فضاء احتمالي منته و $\mathbf{X}$ متغير عشوائي معرف على Ω



الامل الرياضي $E(X)=\sum_{k=1}^{m}x_k.p(X=x_k)$

المغايرة $V(X)=E(X^2)-E(X)^2$

الانحراف الطرازي $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

5.القانون الحداني :

تعريف : (المتغير العشوائي الحداني)

ليكن $\mathbf{n}$ عدد موجب و $p\in[0,1]$ عدد حقيقي

المتغير العشوائي $\mathbf{X}$ الذي قانونه الاحتمالي معرف بما يلي

$$\forall k\in[0,n]\quad p(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

يسمى متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه $\mathbf{n}$ و $\mathbf{p}$.

خاصية : (وسيطات المتغير العشوائي الحداني)

ليكن $\mathbf{X}$ متغيرا عشوائيا حدانيا وسيطاه $\mathbf{n}$ و $\mathbf{p}$ لدينا



. الامل الرياضي $E(X)=np$

. المغايرة $V(X)=np(1-p)$

www.students.com