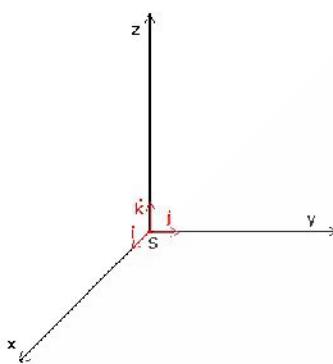


حركة الأقمار الاصطناعية والكواكب

خاص بالعلوم الرياضية والعلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية



I – القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler

1 – المرجع المركزي الشمسي

المرجع الغاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .

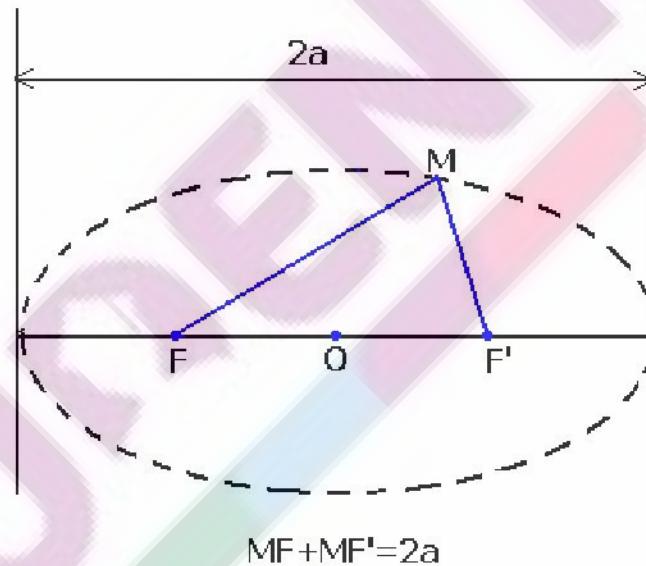
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعمد وممنظم $(S, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جداً تعتبرها ثابتة .

2 – قوانين كيبلر :

أ – القانون الأول أو قانون المدارات الإهليلجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس أحدي بؤرتيه .



$$MF + MF' = 2a$$

إهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، ب نقطتين ثابتتين ، مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F' بؤرتين إهليلج .

لتكن النقطة M من إهليلج لدينا : $MF + MF' = Cte = 2a$ نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

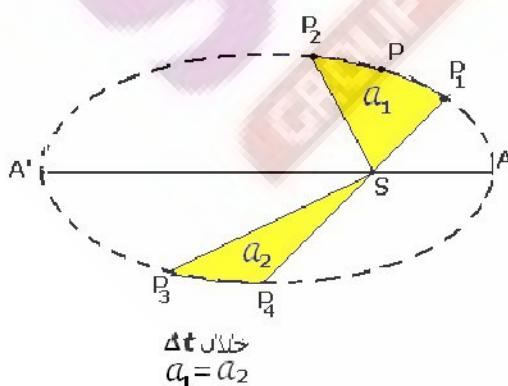
مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك البروج elliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .

ب – القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ ينتقل P من الموضع P_1 إلى الموضع P_2 . أي

أن خلال هذا الانتقال تم كسر مساحة a_1 وهي المحصورة بين $[SP_1]$ و $[SP_2]$ والمقطع P_1P_2 لمسار P .

خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = t_4 - t_3$ ينتقل P من P_3 إلى P_4



أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسر المساحة $a_1 = a_2$ حيث

نص القانون : تكسح القطعة [SP] التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقابسة في مدد زمنية متساوية .

يترجم هذا القانون ملاحظة كيلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوكب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته والعكس صحيح .

تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصورة بالنقطة A الأقرب من مركز الشمس ؛

وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصورة بالنقطة A' الأبعد من مركز الشمس .

ج – القانون الثالث أو قانون الأدوار :

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليج .

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

حيث أن T الدور المداري ب(s)

a نصف طول المحور الكبير للإهليج بالمتر(m) ؛

K ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها m^2 / s^3

قيمة k هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .

ملحوظات : بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائريّة شعاعها

$$\frac{T^2}{r^3} = k$$

تطبق قانون كيلر أيضا على الأقمار الصناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز

الكوكب إحدى بؤرتى الإهليج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة $\frac{T^2}{a^3} = k'$ هو نفسه بالنسبة لجميع

الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة k' بكتلة الكوكب .

II – الحركة الدائرية المنتظمة

ستقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائرياً

تطبيق قوانين كيلر الخصائص التالية :

– مدار الكوكب دائري مركزه الشمس

– سرعة P مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائيرية منتظمة

– قانون الأدوار يصبح هو : $\frac{T^2}{r^3} = k$ ، r هو شعاع المسار الدائري .

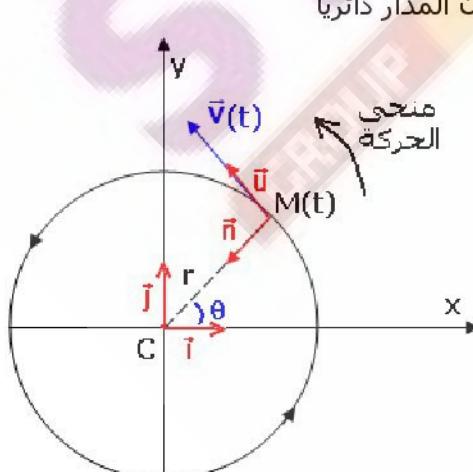
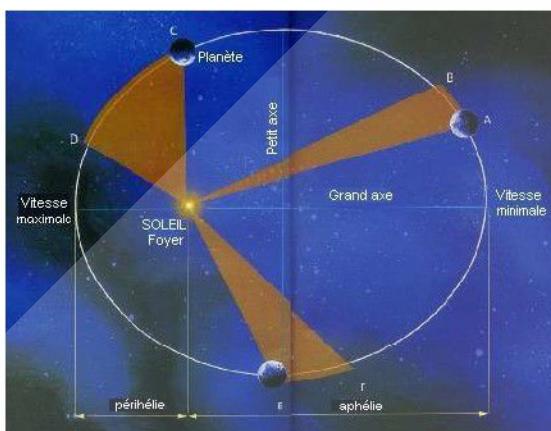
1 – خصائص الحركة الدائرية المنتظمة

أ – تعريف

تكون حركة نقطة دائيرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائرياً وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

ب – متجه السرعة

نعتبر نقطة M في حركة دائيرية منتظمة في معلم معين . مسار M



دائري مركزه C ، وشعاعه r ، موجه موجبا في منحى الحركة . نعلم موضع M في المستوى (j, i) بالزاوية θ هو الأقصول الزاوي .

خاصية حركة دائرية منتظمة :

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte$$

- متجهة السرعة \vec{v} مماسة للمسار الدائري ، ومنحها هو منحى الحركة : $\vec{v} = r \cdot \omega \vec{u}$: \vec{u} متجهة واحدة مماسية للمسار.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

وحدة الفصول الزاوي هي الرadian rad ووحدة السرعة الزاوية ω هي rad/s

ج - متجهة التسارع

في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار أساس فريني فإن $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{n} + \frac{v^2}{r} \vec{n}$ ونعلم أنه بالنسبة للحركة الدائرية المنتظمة $v = cte$ أي أن $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنتظمة \vec{n} أي موجه نحو مركز الدائرة .

بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مرکزية انجذابية ، تعبيرها هو :

$$\vec{a} = r \omega^2 \vec{n} \quad \text{ويمـا أـن } v = r \cdot \omega \quad \text{فـان } \vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

ω السرعة الزاوية نعبر عنها ب rad/s و r شعاع المسار الدائري ونعبر عنه بالметр ، v قيمة السرعة ونعبر عنها ب m/s و a قيمـة التسارع ونـعبر عنها ب m/s^2 و \vec{n} المتجهة الواحدية المنظمـية موجهـة نحوـ المـركـز C .

2 - الشرطان الأساسيان للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسمـا صـلـبا كـتـلـته m ، وـحرـكـة مـركـزـ قـصـورـه دـائـرـيـة مـنـظـمـةـ فيـ مـعـلـمـ غالـيلـيـ .

$$\sum \vec{F}_{ex} = m \cdot \vec{a}_G$$

بحـيثـ أنـ $\sum \vec{F}_{ext}$ مـجمـوعـ القـوىـ المـطبـقةـ عـلـىـ الجـسـمـ الصـلـبـ .

لـلحـصـولـ عـلـىـ حـرـكـةـ دـائـرـيـةـ مـنـظـمـةـ يـجـبـ أـنـ تـكـوـنـ مـتـجـهـةـ التـسـارـعـ \vec{a}_G لـمـرـكـزـ قـصـورـ الجـسـمـ اـنـجـذـابـيـةـ مـرـكـزـيـةـ مـنـظـمـهـ ثـابـتـ وـمـنـظـمـهـ يـسـاوـيـ :

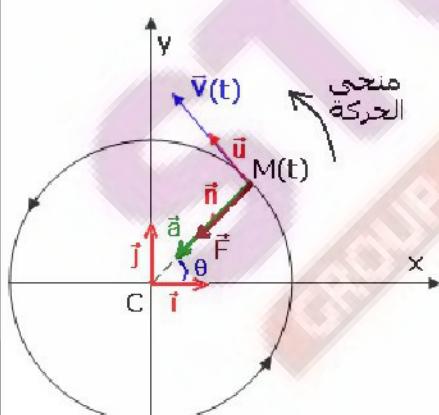
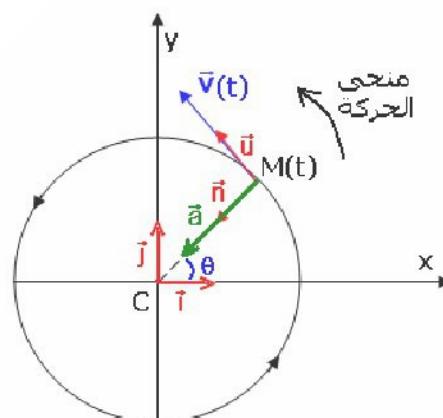
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{وـمنـظـمـهـ}$$

III - قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

يحدث بين حـسـمـيـنـ نقطـيـيـنـ (A) وـ (B) كـتـلـتهـماـ m_A وـ m_B ، وـتـفـصـلـ بـيـنـهـمـ مـسـافـةـ AB ، تـجـاذـبـ كـوـنـيـ قـوـتـاهـ هـمـاـ $\vec{F}_{B/A}$ وـ $\vec{F}_{A/B}$ بـحـيثـ أـنـ :



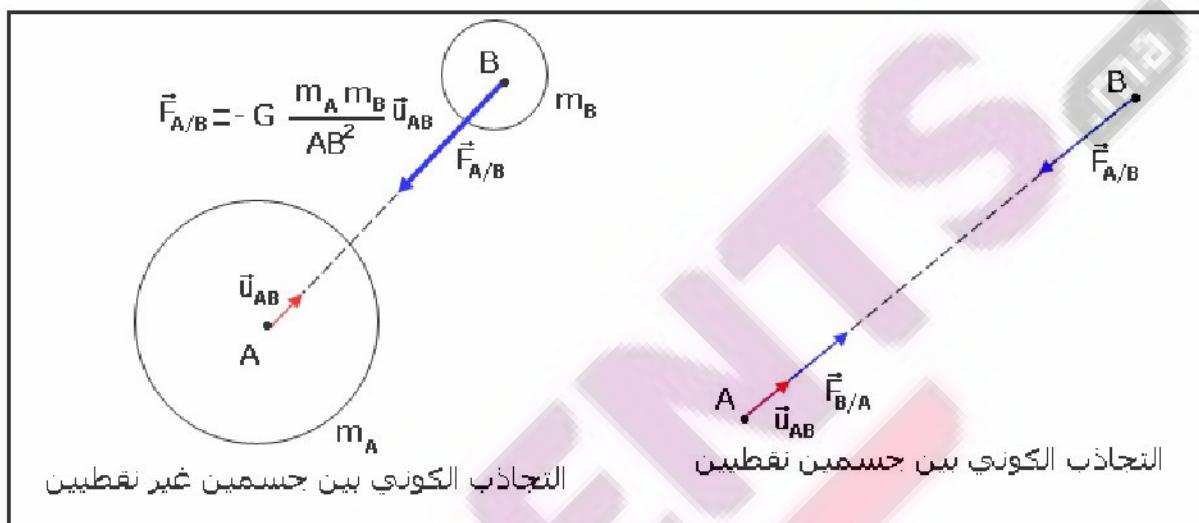
$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

G : ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

متوجه واحدية موجهة من A نحو B . \vec{u}_{AB}

يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :

- أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .
- أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .

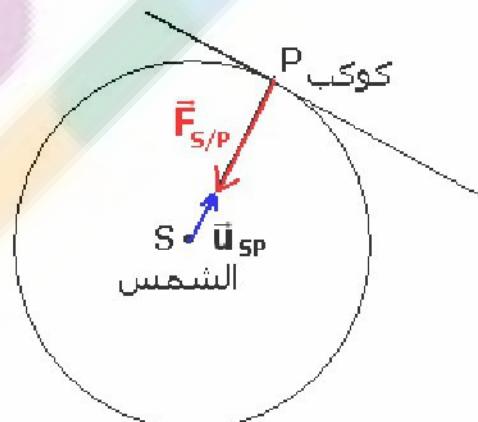


IV – الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

1 – تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته m ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة حول الشمس ذات كتلة m_s ومركزها S.



$$\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m \cdot m_s}{r^2} \vec{u}_{SP}$$

وبحسب القانون الثاني لنيوتن لدينا : $\vec{F}_{S/P} = m \cdot \vec{a}_p \Rightarrow \vec{a}_p = -G \frac{m_s}{r^2} \vec{u}_{SP}$

يلاحظ من خلال العلاقة أن \ddot{a}_S و \ddot{u}_{SP} لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع انجذابي مركزي وبالتالي فإن حركة الكوكب P حركة دائرية منتظمة .

ويمـا أـن قـوة التـجاذـب الكـونيـ قـوة انـجـذـابـيـة مـرـكـزـيـة فـإـن :

$$\vec{F}_{S/P} = -m \cdot \frac{v^2}{r} \vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}} \quad ٢ ، بشرط أن تتحقق سرعته العلاقة :$$

٢ – تعبير الدور المداري T :

الدور المداري T

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S} \quad T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}} \quad \text{لدينا}$$

وبالتالي $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

V – الحركة المدارية للأقمار الصناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعـيـ المرـجـعـيـ المـرـكـزـيـ الأـرـضـيـ نـسـمـيـ قـمـراـ كـلـ جـسـمـ فيـ حـرـكـةـ مـارـدـارـيـ حـوـلـ كـوـكـبـ .
مـثـالـ : يـشـكـلـ القـمـرـ (la lune) قـمـراـ طـبـيـعـاـ لـأـرـضـ .

١ – تعبيراً السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما يتحقق الشرطان
– القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة m_T والشعاع r_T

على القمر الصناعي S ($\vec{F}_{T/S}$) انـجـذـابـيـةـ مـرـكـزـيـةـ .

– منظمها $F_{T/S}$ ثابت ، ويتحقق العلاقة $F_{T/S} = \frac{mv^2}{r}$ أي أن

$$a = \frac{v^2}{r} \quad \text{التسارع}$$

ويتطـبـيقـ القـانـونـ الثـانـيـ لـنيـوتـونـ : يوجد القـمـرـ الصـنـاعـيـ تـحـتـ تـأـثـيرـ القـوـةـ ($\vec{F}_{T/S}$) القـوـةـ المـطـبـقـةـ منـ طـرـفـ الـأـرـضـ عـلـىـ القـمـرـ
الـاصـطـنـاعـيـ :

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m_T \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r} \vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{Gm_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$$

بحـيثـ أنـ $r = r_T + z$ و z هو ارتفاع القـمـرـ الصـنـاعـيـ بـالـنـسـبـةـ لـلـأـرـضـ و r_T شـعـاعـ الـأـرـضـ .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(r_T + z)^3}{G \cdot m_T}} \quad \text{الدور المداري T لحركة القـمـرـ الصـنـاعـيـ هوـ :}$$

ملـحوـظـةـ : لاـتـعـلـقـ سـرـعـةـ دـورـانـ القـمـرـ الصـنـاعـيـ وـالـدـورـ المـارـدـارـيـ بـكـتـلـةـ القـمـرـ الصـنـاعـيـ بلـ تـعـلـقـ بـأـرـفـاقـهـ z بـالـنـسـبـةـ لـسـطـحـ الـأـرـضـ .

٢ – الاستئمار satellisation

تعريف :

الاستقامار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخلو له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

- حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريباً منعدم .
- منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متوجهة السرعة

البدئية عمودية على متوجهة الموضع \vec{TS} ومنظمها يحقق

$$v = \sqrt{\frac{G.m_T}{(r_T + z)}}$$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعاً لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجوى .

3 - الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكناً بالنسبة للأرض إذا بدأ دوماً غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكناً بالنسبة للأرض في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها

القطبي ، ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوماً فلكياً (24 ساعة) لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكناً بالنسبة للأرض يجب :

- أن يدور في منحى دوران الأرض حول محور قطبيها .

- يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

- يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض

$$T = \sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}} \Rightarrow z = \left(\frac{T^2 \cdot G.m_T}{4\pi^2} \right)^{1/3} - r_T$$

هو :

تطبيق عددي :
 $z \approx 36000\text{ km}$