

السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	المتتاليات العددية حلول مقترحة	سلسلة 2
تمرين 1: ادرس رتبة المتتاليات التالية:		
$n \in \mathbb{N}$ لدينا لكل $u_n = \frac{2n}{n+1}$		
$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)}{n+2} - \frac{2n}{n+1} = 2 \left(\frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1} \right) = 2 \frac{(n+1)^2 - n(n+2)}{(n+1)(n+2)} = 2 \frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n}{(n+1)(n+2)}$ $= 2 \frac{1}{(n+1)(n+2)} > 0$		
إذن (u_n) تزايدية		
$n \in \mathbb{N}^*$ لدينا لكل $v_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$		
$v_{n+1} - v_n = \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{n+1} > 0$		
إذن (v_n) تزايدية		
$n \in \mathbb{N}$ لدينا لكل $w_n = \frac{n+1}{3^n}$		
$w_{n+1} - w_n = \frac{n+2}{3^{n+1}} - \frac{n+1}{3^n} = \frac{n+2-3(n+1)}{3^{n+1}} = \frac{n+2-3n-3}{3^{n+1}} = \frac{-2n-1}{3^{n+1}} < 0$		
إذن (w_n) تناقصية		
$n \in \mathbb{N}^*$ لدينا لكل $w_n = n^3 - n$		
$w_{n+1} - w_n = (n+1)^3 - (n+1) - (n^3 - n) = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n - 1 - n^3 + n = 3n^2 + 3n > 0$		
إذن (w_n) تزايدية		
$u_{n+1} - u_n = u_n^2 - u_n + 1 - u_n = u_n^2 - 2u_n + 1 = (u_n - 1)^2 \geq 0, \quad n \in \mathbb{N}$		
لدينا لكل $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases}$		
إذن (u_n) تزايدية		
تمرين 2: (u_n) متتالية حسابية، $r = 3$ ، $u_0 = 2$		
1	لدينا: $u_7 = u_0 + 7r = 2 + 21 = 23$ و $u_{11} = u_0 + 11r = 2 + 33 = 35$	
2	$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{99} = \frac{u_0 + u_{99}}{2} \times 100 = 100 \times \frac{2 + u_0 + 99r}{2} = 50(2 + 2 + 297) = 50 \times 301 = 15050$	
100 تمثل عدد الحدود (99 - 0 + 1 = 100)		
تمرين 3: (u_n) متتالية حسابية، $u_0 = -1$		
1	نعلم أن: $u_{10} = u_0 + 10r$ منه: $u_{10} - u_0 = 10r$ منه: $r = \frac{u_{10} - u_0}{10} = \frac{59 - (-1)}{10} = \frac{60}{10} = 6$	
2	$S = u_3 + u_4 + \dots + u_{22} = \frac{u_3 + u_{22}}{2} \times 20 = 20 \times \frac{u_0 + 3r + u_0 + 22r}{2} = 10(-1 + 18 - 1 + 132) = 10 \times 148 = 1480$	
تمرين 4: (u_n) متتالية حسابية، u_0 ، r		
1	نعلم أن: $u_3 = u_0 + 3r$ منه: $u_0 + 3r = 12$ ، ونعلم أن: $u_{17} = u_0 + 17r$ منه: $u_0 + 17r = 82$ نحصل على النظام:	

$$\begin{cases} u_0 + 3r = 12 \\ u_0 + 17r = 82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0 = 12 - 3r \\ 12 - 3r + 17r = 82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0 = 12 - 3r \\ 14r = 82 - 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0 = 12 - 3 \times 5 \\ r = \frac{70}{14} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_0 = -3 \\ r = 5 \end{cases}$$

$$S = u_0 + u_4 + \dots + u_n = \frac{u_0 + u_n}{2} \times (n+1) = (n+1) \times \frac{u_0 + u_0 + r n}{2} = (n+1) \times \frac{-3 - 3 + 5n}{2} = \frac{(n+1)(5n-6)}{2}$$

2

$n+1$ تمثل عدد الحدود $(n-0+1 = n+1)$

تمرين 5: (u_n) متتالية هندسية ، $u_0 = 3$ ، $r = 2$

$$u_6 = u_0 \times r^6 = 3 \times 2^6 = 3 \times 64 = 192 \quad \text{و} \quad u_3 = u_0 \times r^3 = 3 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24 \quad \text{لدينا :} \quad 1$$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_5 = u_0 \times \frac{1-r^6}{1-r} = 3 \times \frac{1-2^6}{1-2} = 3 \times \frac{1-64}{-1} = 3 \times 63 = 189$$

2

u_0 تمثل أول حدود المجموع S و 6 تمثل عدد الحدود $(5-0+1 = 6)$

تمرين 6: (u_n) هندسية ، $r = \frac{1}{2}$

$$u_0 = \frac{u_3}{r^3} = \frac{\frac{5}{8}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{1}{8}} = 5 \quad \text{لدينا :} \quad u_3 = u_0 \times r^3 \quad \text{منه} \quad 1$$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r} = (u_0 \times r^1) \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1-\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}} = 5 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$$

2

u_1 تمثل أول حدود المجموع S و n عدد الحدود $(n-1+1 = n)$