

الدوران تمارين و حلول

تمرين 1

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$

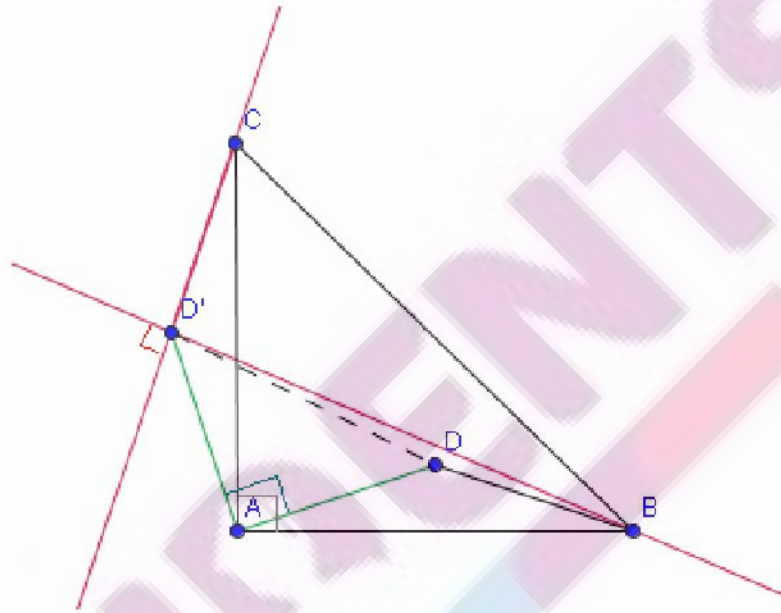
و D نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ D' صورة D بالدوران r

2- بين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

الحل

1- ننشئ D' صورة D بالدوران r



2- نبين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$ و ABC مثلث متساوي الساقين في A و منه $r(B) = C$

و حيث $r(D) = D'$ فإن $BD = CD'$ لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا $r(B) = C$ و $r(D) = D'$ و زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{2}$ و منه $[2\pi]$ $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{CD'}) = \frac{\pi}{2}$

إذن $(BD) \perp (CD')$

تمرين 2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$ زاوية

غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و E و F نقطتين حيث $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

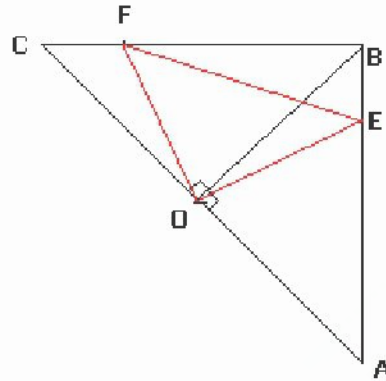
1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتَي A و B بالدوران r

3- نضع $r(E) = E'$ بين أن $E' = F$ استنتج طبيعة المثلث OEF

الحل

1- الشكل



2- نحدد صورتَي A و B بالدوران r

لدينا ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في B و O منتصف $[AC]$ ومنه $(OB) \perp (AC)$

و $OA = OB = OC$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overline{OA}; \overline{OB}\right) = \frac{\pi}{2}$ و $OA = OB$ ومنه $r(A) = B$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overline{OB}; \overline{OC}\right) = \frac{\pi}{2}$ و $OC = OB$ ومنه $r(B) = C$

1- نبين أن $E' = F$ نستنتج طبيعة المثلث OEF

$r(E) = E'$ و $r(A) = B$ و $r(B) = C$ و $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB}$ ومنه $\overline{BE'} = \frac{3}{4}\overline{BC}$

وحيث $\overline{BF} = \frac{3}{4}\overline{BC}$ فإن $\overline{BF} = \overline{BE'}$ إذن $E' = F$

ومنه $r(E) = F$ و حيث r دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فإن OEF مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في O

تمرين 3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A و $[2\rho]$ $\left(\overline{BA}; \overline{BC}\right) = \alpha$ و r الدوران الذي

مركزه B و زاويته α

1- أنشئ E و F حيث $r(C) = F$; $r(A) = E$

2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

3- لتكن $\{I\} = (AC) \cap (EF)$ و $r(I) = J$ و $\{K\} = (AB) \cap (IJ)$

أ- بين أن النقط E و F و J مستقيمة

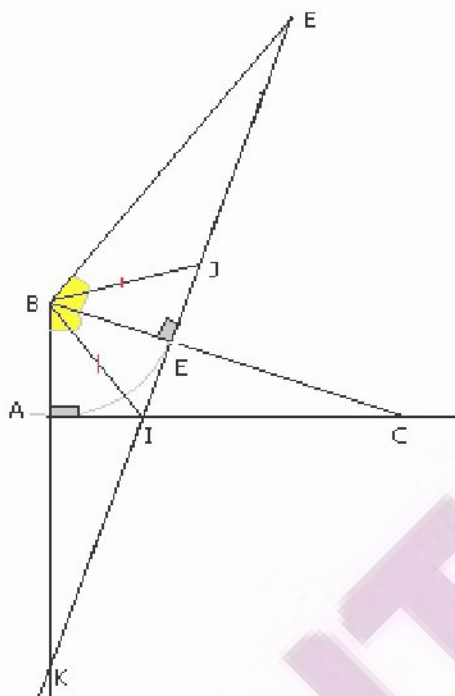
ب- بين أن E منتصف $[IJ]$

4- لتكن $\{K\} = (AB) \cap (IJ)$.

بين أن $r(K) = C$

الحل

1- ننشئ E و F حيث $r(A) = E$; $r(C) = F$



2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

بما أن $r(C) = F$; $r(A) = E$ و $r(B) = B$ فإن $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv (\overline{EF}; \overline{EB})$

وحيث أن $[2\pi]$ $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}$ فإن $(\overline{EF}; \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$ ومنه $(EF) \perp (EB)$

لدينا $r(B) = B$ و $r(A) = E$ ومنه $[2\pi]$ $(\overline{BA}; \overline{BE}) \equiv \alpha \equiv (\overline{BA}; \overline{BC})$ و بالتالي $(BC) = (BE)$

إذن $(EF) \perp (BC)$

3- أ- نبين أن النقط E و F و J مستقيمة

لدينا I و C و A مستقيمة و $r(C) = F$; $r(A) = E$ و $r(I) = J$

ومنه النقط J و E و F مستقيمة

ب- نبين أن E منتصف $[IJ]$

لدينا $r(I) = J$ ومنه BIJ مثلث متساوي الساقين في الرأس B

وحيث أن $(IJ) \perp (EB)$ لأن $(IJ) = (EF)$ ومنه (EB) ارتفاع في المثلث BIJ

و بالتالي (EB) متوسط للمثلث BIJ إذن E منتصف $[IJ]$

4- نبين أن $r(K) = C$

$(AB) \cap (IJ) = \{K\}$

لدينا $[2\pi]$ $(\overline{BK}; \overline{BC}) \equiv \alpha \equiv (\overline{BC}; \overline{BF})$ ومنه (BC) منصف $(\widehat{KBF})$ وحيث أن $(EF) \perp (BC)$

فان المثلث KBF مثلث متساوي الساقين في الرأس B ومنه $BF = BK$

وحيث أن $r(C) = F$ فان $BC = BF$ و بالتالي $BC = BK$

إذن لدينا $[2\pi]$ $(\overline{BK}; \overline{BC}) \equiv \alpha$ و $BC = BK$ ومنه $r(K) = C$