

سلسلة الاشتقاق و تطبيقاته

تمرين 1

باستعمال التعريف أحسب العدد المشتق لدالة f في النقطة x_0 في الحالات التالية

$$x_0 = 2 ; f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \quad /2 \quad x_0 = 1 ; f(x) = x^3 + x^2 - 1 \quad /1$$

$$x_0 = \frac{\pi}{3} ; f(x) = \sin x \quad /4 \quad x_0 = -1 ; f(x) = x + \frac{1}{x} \quad /3$$

$$x_0 = 0 ; f(x) = \sin x + \tan x \quad /5$$

تمرين 2

حدد العدد المشتق على اليمين و العدد المشتق على اليسار للدالة f في النقطة x_0 في الحالات التالية

$$x_0 = 0 ; f(x) = \frac{x^2 + |x|}{1 + |x|} \quad /2 \quad x_0 = 0 ; f(x) = x + x|x| \quad /1$$

$$x_0 = 0 ; f(x) = |x^2 + 2x| \quad /3$$

تمرين 3

أدرس اشتقاق f في النقطة x_0 في الحالات التالية

$$x_0 = 0 ; \begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad /2 \quad x_0 = 1 ; \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} & x \neq 1 \\ f(1) = 4 \end{cases} \quad /1$$

$$x_0 = 0 ; f(x) = x\sqrt{x} \quad /4 \quad x_0 = 1 ; f(x) = x + |x - 1| \quad /3$$

$$x_0 = 0 ; f(x) = x^2 |\sin x| \quad /6 \quad x_0 = 2 ; f(x) = (x - 2)|x - 2| \quad /5$$

$$x_0 = 0 ; \begin{cases} f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad /8 \quad x_0 = 0 ; \begin{cases} f(x) = \sin x & x \geq 0 \\ f(x) = \frac{2 - 2\cos x}{x} & x < 0 \end{cases} \quad /7$$

$$x_0 = 2 ; f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} \quad /9$$

تمرين 4

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f ثم حدد الدالة المشتقة في الحالات التالية

$$f(x) = \frac{x-1}{2x+1} \quad /3 \quad f(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad /2 \quad f(x) = 5x^4 + x^2 - x + 2 \quad /1$$

$$f(x) = (x^2 - 2)^5 \quad /6 \quad f(x) = x \sin x \quad /5 \quad f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} \quad /4$$

$$f(x) = (\sin x)(\cos(3x + 4)) \quad /8 \quad f(x) = |x^2 - x| \quad /7$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \quad /11 \quad f(x) = \sqrt{-2x + 3} \quad /10 \quad f(x) = \frac{\tan x}{1 + \sin x} \quad /9$$

تمرين 5

نعتبر f و g دالتين معرفتين بـ $f(x) = \tan x$ و $g(x) = x^3 - x$

1- حدد الدالة التالفة المماسية لدالة f في النقطة 0 و أعط قيمة مقربة لـ $f(0,001)$ و $f(-0,99)$

2- حدد معادلة المماس للمنحنى لدالة g في النقطة 2 و أعط قيمة مقربة لـ $g(2,001)$

تمرين 6

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} \text{ نعتبر}$$

بين أن المنحنى C_f يقبل مماسين موازيين المستقيم الذي معادلته $y = -3x$ و أكتب معادليهما.

تمرين 7

أدرس تغيرات الدالة f و استنتج مطايرفها ان وجدت في الحالات التالية

$$f(x) = x^2(x-1)^2 \quad /2$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1 \quad /1$$

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 5} \quad /4$$

$$f(x) = x^3 - |x| \quad /3$$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1} \quad /6$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2} \quad /5$$

تمرين 8

نعتبر f و g دالتين معرفتين بـ $f(x) = x - \sin x$ و $g(x) = -1 + \frac{x^2}{2} + \cos x$

بين أن $\forall x \in [0; +\infty[\quad f(x) \geq 0 \quad ; \quad g(x) \geq 0$

تمرين 9

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \sin x$

أحسب المشتقة من الرتبة n للدالة f

تمرين 10

$$f(x) = |x| - \frac{x}{x^2 - 1}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$1- \text{أ- حدد } D_f \text{ و } \lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب- حدد نهاية f عند 1 و -1 و أول النتائج هندسيا

2- أدرس اشتقاق في 0 و أول النتيجة هندسيا

3- أ- حدد $f'(x)$ لكل x من $D_f - \{0\}$

ب- أدرس تغيرات f

4- حدد معادلة المماس لـ C_f في النقطة ذات الافصول 2