

تمارين: دراسة الدوال

تمرين 1

$$f(x) = |x| - \frac{x}{x^2 - 1}$$

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- أ- حدد D_f و $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$
 ب- حدد نهاية f عند 1 و -1 و أول النتائج هندسيا
 2- أدرس اشتقاق f في 0 و أول النتيجة هندسيا
 3- أ- حدد $f'(x)$ لكل x من $D_f - \{0\}$
 ب- أدرس تغيرات f
 4- حدد معادلة المماس لـ C_f في النقطة ذات الإحداثيات 2
 5- أ- حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$ و أول النتيجة هندسيا
 ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم المنحنى C_f

تمرين 2

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{2}{x}$

- ليكن (C_f) منحنى الدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1- أ- حدد D_f
 ب- حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ج- حدد $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا
 2- أ- بين أن $\forall x \in D_f \quad f'(x) = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$
 ب- أدرس تغيرات f و أعط جدول تغيراتها
 3- حدد معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الإحداثيات 1
 4- بين أن النقطة $A(0; -2)$ مركز تماثل للمنحنى (C_f)
 5- بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$
 6- أنشئ (C_f)

تمرين 3

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} & x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

- 2- أ- حدد D_f و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 ب- حدد نهاية f عند 1 و $+\infty$ و أول النتائج هندسيا
 ج- حدد نهاية f على يمين ثم على يسار 0
 2- أدرس الاشتقاق في 0 على اليمين و أول النتيجة هندسيا
 3- أ- حدد $f'(x)$ لكل x من $]-\infty; 0[$ ثم لكل x من $]0; 1[\cup]1; +\infty[$

- ب- أدرس تغيرات f
- 4- حدد معادلة المماس لـ C_f في النقطة ذات الإحداثيات -1
- 5- أ- حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x$ و أول النتيجة هندسيا
- ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم لمنحنى C_f

تمرين 4

$$f(x) = 1 + \frac{1-2x}{x^2 - x - 2}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

1- حدد D_f و حدد نهايات f عند محددات D_f

2- حدد $f'(x)$ لكل x من D_f

3- أدرس تغيرات f

4- أ- بين أن C_f يقبل $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ كنقطة انعطاف.

ب- بين أن $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ مركز تماثل لـ C_f

د- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة I

5- أ- أدرس الفروع اللانهائية

ب- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 5

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$

1- بين أن f دالة دورية و حدد دورها

2- حدد $f'(x)$ لكل x من $[0; 2\pi]$

3- أدرس تغيرات f على $[0; 2\pi]$

4- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الإحداثيات 0

5- حدد نقط انعطاف المنحنى C_f على $[0; 2\pi]$

6- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 6

$$f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

1- حدد D_f و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2- أ- بين أن f دالة دورية و حدد دورها

ب تأكد أن f زوجية استنتج D_E مجموعة دراسة f

3- أدرس تغيرات f على D_E

4- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 7

$$f(x) = \frac{\tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

1- حدد D_f

2- أ- بين أن f دالة دورية و حدد دورها

ب تأكد أن f زوجية استنتج D_E مجموعة دراسة f

3- أدرس تغيرات f على D_E

4- أنشئ المنحنى C_f

تمارين 8

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ: $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

ليكن (C_f) منحنى الدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) حدد D_f

ب) بين أن f دورية دورها 2π

د) بين أن f دالة فردية واستنتج مجموعة الدراسة

ج) حدد $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x)$ مع تأويل النتيجة هندسيا

2- أ) أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0; \pi[$

ب) أدرس تغيرات f على $]0; \pi[$ و أعط جدول تغيراتها

3- أنشئ (C_f) على $D_f \cap [-3\pi; 3\pi]$