تطبيقات : الحركات المستوية
Application M mouvements plans

I ـ حركة قذيفة في مجال الثقالة

نسمي قذيفة كل جسم تم إرساله من سطح الأرض بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ على أن يبقى قريبا من سطح الأرض .

خلال هذه الدراسة ، نهمل قوى الآحتكاك مع الهواء ، ونعتبر أن القذيفة خاضعة لوزنها فقط أي حركتها سقوط حر .

1 ـ متجهة التسارع

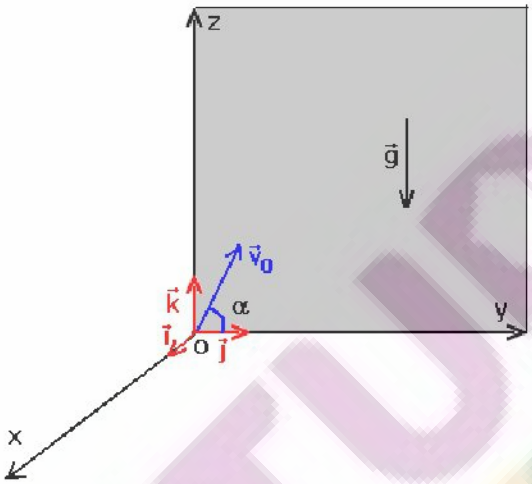
نرسل من نقطة O قذيفة (كرية) ذات كتلة m بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غير رأسية أي أنها تكون زاوية α مع المستوى الأفقي Oxy ، نسمي الزاوية α بزاوية القذف. نعتبر أن مجال الثقالة منتظم .

ندرس حركة القذيفة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا ، بحيث نعمل مواضع G مركز قصور القذيفة في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

تخضع القذيفة إلى وزنها فقط أي أن $\vec{P}=m.\vec{a}_G$ ومنه $\vec{a}_G=\vec{g}$ (1)

إحداثيات $\vec{a}_G$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:



على المحور $(O,\vec{i})$ لدينا $a_x=0$

على المحور $(O,\vec{j})$ لدينا $a_y=0$

على المحور $(O,\vec{k})$ لدينا $a_z=-g$

أي أن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ رأسية منحاها من الأعلى نحو الأسفل ومنظمها يساوي عدديا منظم متجهة الثقالة $\vec{g}$.

2 ـ متجهة السرعة

لدينا حسب متجهة التسارع :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_y}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_z}{dt}=-g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x=C_1 \\ v_y=C_2 \\ v_z=-gt+C_3 \end{cases}$$

C_1,C_2,C_3 ثوابت تحدد انطلاقا من الشروط البدئية .

أن متجهة السرعة البدئية توجد في المستوى (Oyz)

عند اللحظة $t_0=0$ لدينا :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0\cos\alpha \\ v_{0z}=v_0\sin\alpha \end{cases}$$ وبالتالي ستكون

أي أن إحداثيات متجهة السرعة في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$(2)\ \vec{v}_G \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

3 ـ المعادلات الزمنية للحركة :

لدينا :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = v_0 \cos\alpha \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = C_4 \\ y = (v_0 \cos\alpha)t + C_5 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + C_6 \end{cases}$$

بحيث أن C_4, C_5, C_6 توابث يجب تحديدها انطلاقا من الشروط البدئية أي أنه في اللحظة $t_0 = 0$ لدينا :

$$\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ وبالتالي فإن } \begin{cases} C_4 = 0 \\ C_5 = 0 \\ C_6 = 0 \end{cases}$$

وبالتالي تكون إحداثيات النقطة G في اللحظة t في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي كالتي :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = (v_0 \cos\alpha)t \quad (1) \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \quad (2) \end{cases}$$

من خلال هذه المعادلات يتبين أن حركة G تتم في المستوى الرأسي (Oyz) نقول أن **الحركة مستوية**

ـ على المحور $(O,\vec{j})$ ، حركة G حركة مستقيمية منتظمة

ـ على المحور $(O,\vec{k})$ ، حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

4 ـ معادلة المسار

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيتي النقطة المتحركة G ونحصل عليها بإقصاء المتغير t بين y و z .

من المعادلتين الزمنيتين (1) و (2) نحصل على :

$$y = (v_0 \cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{y}{v_0 \cos\alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t$$

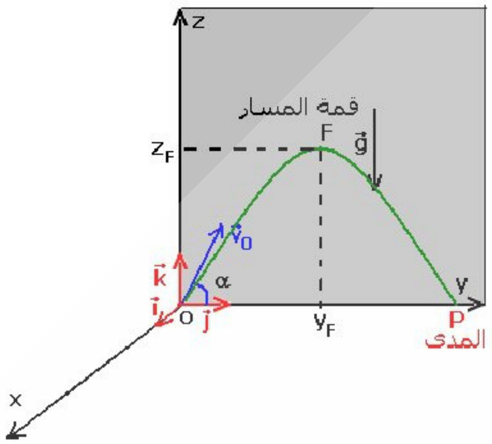
أي أن معادلة المسار هي :

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2\alpha} y^2 + y \tan\alpha$$

نستنتج أن مسار مركز قصور قذيفة في سقوط حر بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غير رأسية في مجال الثقالة منتظم هو جزء من شلجم ينتمي إلى المستوى الرأسي الذي يحتوي على المتجهة $\vec{v}_0$.

5 ـ بعض مميزات المسار

أ ـ قمة المسار : (la flèche) هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة .



عند وصول مركز قصور القذيفة إلى قمة المسار F تكون لدينا

$\frac{dz}{dt}=0$ بالنسبة ل $y=y_F$

من خلال المعادلة (2) نحصل على :

$$\frac{dz}{dt}=-gt_F+v_0\sin\alpha=0\Rightarrow t_F=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

نعوض t_F في المعادلة (1)

$$y_F=\frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}\Rightarrow y_F=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{2g}$$

$$z_F=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

ملحوظة : نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان

$\alpha=\frac{\pi}{2}$ أي في حالة إرسال قذيفة رأسيا نحو الأعلى .

ب ـ المدى la portée

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القديفة لحظة انطلاقها والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة بحيث تنتمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل G_0 .

لتكن y_P و z_P إحداثيتا النقطة P ، لدينا : $z_P=0$

أي أن

$$y_P\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos\alpha}y_p+\tan\alpha\right)=0\Rightarrow\begin{cases}y_p=0\\ ou\\ y_p=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}\end{cases}$$

II ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم .

1 ـ المجال الكهرساكن

أ ـ المجال الكهرساكن المحدث من طرف شحنة نقطية

تحدث دقيقة مشحونة شحنتها q توجد في نقطة O من الفراغ ، مجالا كهرساكنا في نقطة M متجهته $\vec{E}(M)$ بحيث أن :

$$\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}$$

نعبر عن الشحنة q بالكولوم (C)

وعن F بالوحدة النيوتن N

وعن E شدة المجال الكهرساكن ب (N/C)

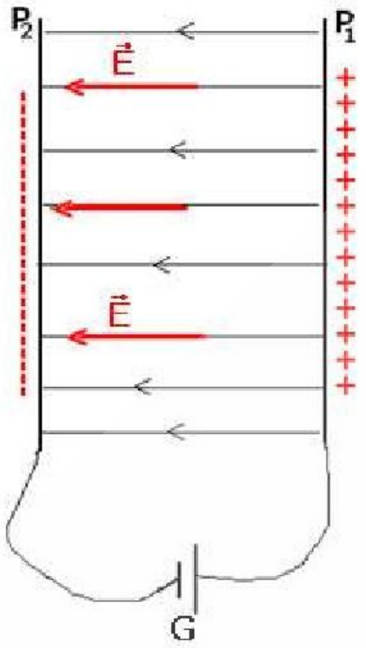
ملحوظة :

ـ $F=qE$ في حالة أن $q>0$

ـ $F=|q|E$ في حالة $q<0$

ـ يبرز وجود مجال كهرساكن في نقطة ما بوضع دقيقة مشحونة في تلك النقطة حيث تخضع إلى قوة كهرساكنة .

ب ـ خطوط المجال



نسمي خط المجال الكهرساكن كل منحنى (أو مستقيم) تكون متجهة مجال الكهرساكن مماسة له في كل نقطة من نقطه .

ج ــ المجال الكهرساكن المنتظم

يكون المجال كهرساكن منتظما إذا كان لمتجهته $\vec{E}$ ، في كل نقطة من نقطه ، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم .

إذا كان المجال الكهرساكن منتظما تكون خطوط المجال عبارة عن مستقيمات متوازية .

يتحقق المجال الكهرساكن المنتظم بتطبيق توتر مستمر ثابت بين صفيحتين فليزيتين متوازيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما .

لدينا حسب الشكل جانبه : $U = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$

عند تطبيق توتر كهربائي مستمر U على صفيحتين فليزيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ثابتة ، وعمودية على الصفيحتين ، وموجهة نحو الجهود التناقصية ومنظمها

هو : $\boxed{E = \dfrac{U}{d}}$ بحيث أن :

U التوتر المطبق بين الصفيحتين بالفولط (V)

d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين .

E شدة المجال الكهرساكن نعبر عنه V/m

2 ــ حركة دقيقة في مجال كهرساكن منتظم

نعتبر دقيقة مشحونة ، ذات كتلة m وشحنة q بحيث أن $(q<0)$ مثلا إلكترون ، توجد في مجال كهرساكن منتظم .

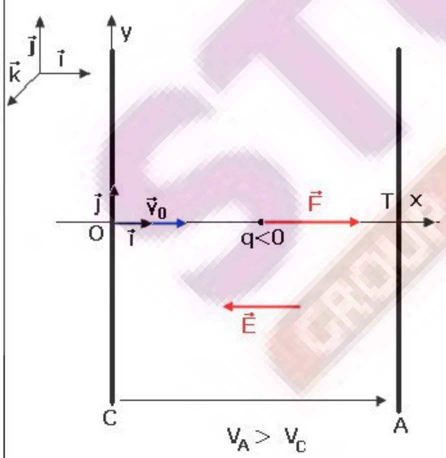
جرد القوى المطبقة على الدقيقة :

$\vec{F}$ القوة الكهرساكنة بحيث أن $\vec{F} = q\vec{E}$ وإلى وزنها $\vec{P}$ الذي نهمل شدته أمام F .

باعتبار مرجع أرضي كمرجعا غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة أثناء حركتها في معلم مرتبط بالمرجع الأرضي :

$\vec{F} = m\vec{a}$ حيث $\vec{a}$ متجهة تسارع الدقيقة .

يتعلق مسار الدقيقة باتجاه $\vec{v}_0$ متجهة السرعة البدئية للدقيقة لحظة دخولها المجال الكهرساكن المنتظم ، بالنسبة لاتجاه $\vec{E}$:



الحالة الأولى : $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ المجال الكهرساكن $\vec{E}$ في النقطة O في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$.

لدينا العلاقة : $\boxed{\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E}}$

نسقط هذه العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم المرتبط بالمرجع الأرضي ، $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع ومتجهة السرعة ومتجهة الموضع ، باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \text{ و } O \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = -\dfrac{qE}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{v}\begin{cases} v_x = -\dfrac{qE}{m}t + v_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M = -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t^2 + v_0 t \\ y_M = 0 \\ z_M = 0 \end{cases}$$

نستنتج من خلال هذه المعادلات أنه ليست هناك حركة على المحورين (Oy) و (Oz) بل تتم حركة الدقيقة على المحور (Ox) وبالتالي فإن حركة الدقيقة على هذا المحور مستقيمية متغيرة بانتظام .

هل هذه الحركة متسارعة أم متباطئة ؟

بتحديد الجداء السلمي التالي : $\vec{a}.\vec{v} > 0$ وبالتالي فالحركة مستقيمية متسارعة .

حالة خاصة : مدفع الإلكترونات حيث تكون السرعة البدئية v_0 للإلكترون مهملة وتقارب الصفر .

في هذه الحالة تكون معادلات حركة الإلكترون هي :

$$a_x = \frac{eE}{m} \quad , \quad v_x = \frac{eE}{m}t \quad , \quad x = \frac{eE}{2m}t^2$$

يمكن حساب السرعة التي تغادر بها الإلكترون الثقب T وذلك بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون بين O و T :

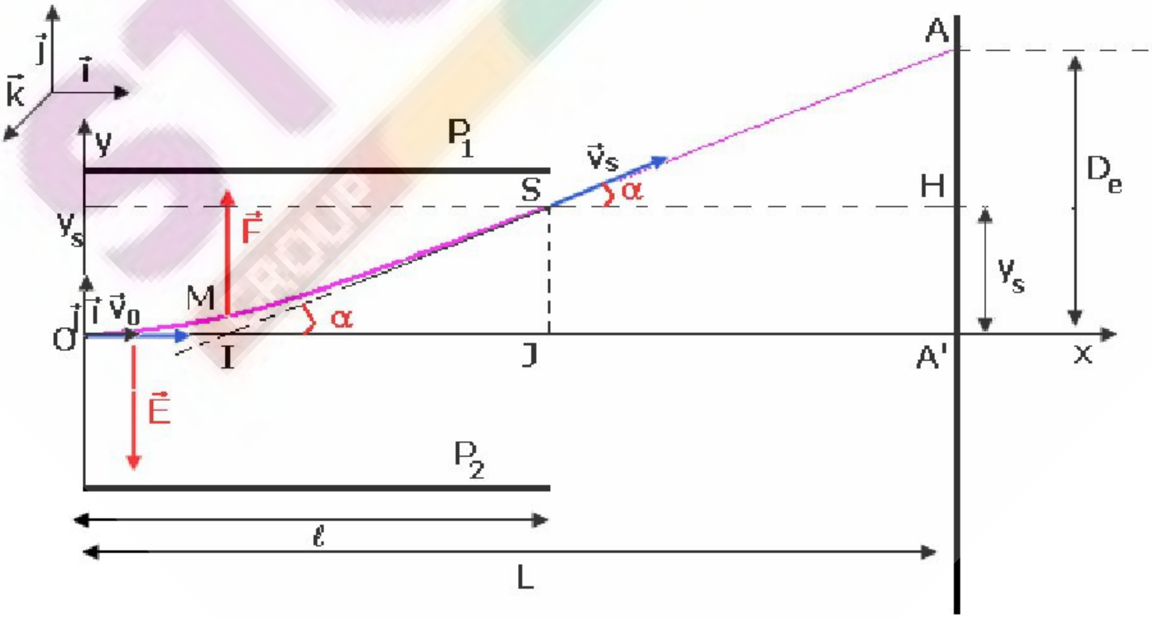
$$\Delta_O^T E_C = \underset{O\to T}{W}\left(\vec{F}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eU_{AC}$$

$$U_{AC} = E.d \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eE.d$$

وبالتالي تكون سرعة الإلكترون هي : $v = \sqrt{\dfrac{2e.E.d}{m}}$ وتكون هذه السرعة جد عالية ونلاحظ أن هذه السرعة تكبر كلما تزايدت شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ، نقول أن المجال الكهرساكن يتصرف **كمسرع للدقيقة .**

الحالة الثانية : $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ في النقطة O.



أ ـ متجهة التسارع :

متجهة التسارع للدقيقة في المجال $\vec{E}$ هي : $\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}$ في مرجع أرضي .

نسقط العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\vec{E}=-E\vec{j}$

$\vec{E}\begin{cases}0\\-E\\0\end{cases}$ و $\vec{a}\begin{cases}a_x\\a_y\\a_z\end{cases}$ ونستنتج من خلال القانون الثاني لنيوتن أن $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-\frac{qE}{m}\\a_z=0\end{cases}$

ب ـ المعادلات الزمنية

باعتبار الشروط البدئية التالية :

$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}0\\0\\0\end{cases}$ و $\vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$ نحصل على إحداثيات متجهة السرعة : $\vec{v}\begin{cases}v_x=v_0\\v_y=-\frac{qE}{m}t\\v_z=0\end{cases}$ وعلى المعادلات الزمنية

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أي أن $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=v_0t\\y=-\frac{qE}{m}t^2\\z=0\end{cases}$

نستنتج أن حركة الدقيقة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ ، تتم في المستوى (Oxy) إذن فهي حركة مستوية .

على المحور $(O,\vec{i})$ حركة مستقيمية منتظمة

على المحور $(O,\vec{j})$ حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

ج ـ معادلة المسار ،

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن t بين المعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) :

$t=\frac{x}{v_0}$ في المعادلة الزمنية y(t) لدينا : $y=-\frac{qE}{2mv_0^2}x^2$ بحيث أن $q<0$.

مسار الدقيقة المشحونة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ عبارة عن جزء من شلجم .

د ـ سرعة الدقيقة لحظة خروجها من المجال الكهرساكن :

لدينا حسب الشكل أعلاه أن إحداثياتي S نقطة خروج الدقيقة من المجال الكهرساكن هما :

$S\begin{cases}x_s=\ell\\y_S=-\frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2\end{cases}$ وتوجد الدقيقة في النقطة S عند اللحظة $t_S=\frac{\ell}{v_0}$ في المعادلات السرعة نحصل

على : $\vec{v}_S\begin{cases}v_{Sx}=v_0\\v_{Sy}=-\frac{qE}{m}\left(\frac{\ell}{v_0}\right)\end{cases}$

تكون المتجهة $\vec{v}_S$ مع الاتجاه الأفقي زاوية α تسمى **الانحراف الزاوي** بحيث أن

$$\tan\alpha = \frac{v_{Sy}}{v_{Sx}} = -\frac{qE}{mv_0^2}$$

ه ـ الانحراف الكهرساكن :

طبيعة حركة الدقيقة عند مغادرتها المجال الكهرساكن :

عند خروجها من المجال الكهرساكن فالقوى المطبقة عليها هي وزنها فقط وبإهماله ، حسب مبدأ القصور تكون حركة الدقيقة مستقيمية منتظمة سرعتها $\vec{v}_S$. فتصطدم بشاشة مستشعة عمودية على المحور $(O,\vec{i})$. نعطي $OA' = L$ المسافة الفاصلة بين الشاشة والنقطة O نقطة انطلاق الدقيقة

نسمي D_e **الانحراف الكهربائي** وهو المسافة بين النقطة A′ نقطة اصطدام في غياب المجال الكهرساكن و A نقطة اصطدام بوجود المجال الكهرساكن . من خلال الشكل لدينا :

$D_e = A'A = A'H + HA$ بحيث أن $A'H = y_s$ و $\tan\alpha = \dfrac{AH}{L-\ell}$ أي أن $D_e = y_s + (L-\ell)\tan\alpha$

حسب العلاقات السابقة لدينا :

$D_e = -\left(L-\dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{qE\ell}{mv_0^2}$ وبما أن $E = \dfrac{U}{d}$ تصبح العلاقة : $D_e = -\left(L-\dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{qU\ell}{mdv_0^2}$ والتي تكتب على

الشكل التالي : $D_e = K.U$ بحيث K هي $K = -\left(L-\dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{q\ell}{mdv_0^2}$

نستنتج أن الانحراف الكهرساكن يتناسب اطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين

وتستغل هذه الخاصية في مبدأ اشتغال راسم التذبذب ، حيث يتناسب الانحراف الرأسي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الأفقيتين والانحراف الأفقي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الرأسيتين

تمرين تطبيقي :

تلج إلكترون بين صفيحتين فليزيتين أفقيتين لراسم تذبذب بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية ، $v_0 = 10^7 m/s$.

التوتر بين الصفيحتين $U = V_P - V_N = 40V$ ؛ المسافة الفاصلة بين الصفيحتين $d = 4cm$ وطول كل منهما $\ell = 6cm$.

1 ـ أحسب المسافة AH التي تمثل الانتقال الرأسي للإلكترون عند مغادرتها المجال الكهرساكن $\vec{E}$

2 ـ حدد مميزات متجهة سرعة الإلكترون في النقطة A .

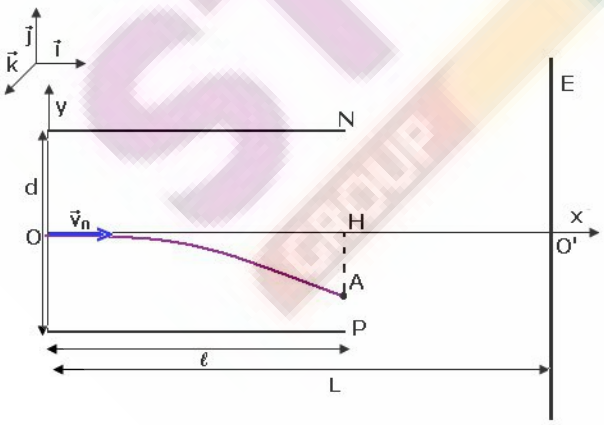
3 ـ أحسب قيمة الانحراف الكهربائي D_e . المسافة الفاصلة بين الشاشة المستشعة والنقطة O هي $L = 50cm$

لكي تلج الإلكترون بالسرعة البدئية $v_0 = 10^7 m/s$ ما هي قيمة توتر التسريع U′ التي يجب استعماله ؟ أوجد تعبير D_e بدلالة U و U′

الأجوبة :

1 ـ $|AH| \simeq 3,2.10^{-3} m$ 2 ـ $\alpha \simeq 6°$ مع الخط الأفقي والسرعة تساوي تقريبا السرعة v_0

3 ـ $D_e \simeq 5cm$ و $U' = 282,5V$



III ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم .

1 ـ تأثير مجال مغنطيسي على حزمة من إلكترونات

تجربة : عند تقريب مغنطيس من أنبوب مفرغ نلاحظ انحراف الحزمة الإلكترونية . نفس الملاحظة عند تقريب ملف لولبي يمر فيه تيار كهربائي . يتغير منحى الانحراف عند عكس موضعي قطبي المغنطيس أو بعكس منحى التيار الكهربائي المار في الملف اللولبي .

نستنتج :

ميكانيكيا على حزمة الإلكترونات داخل النبوب المفرغ من الهواء . نقرن هذا التأثير الميكانيكي بقوة تسمى القوة المغنطيسية . ما هي مميزاتها ؟

2 ـ القوة المغنطيسية ،

2 ـ 1 علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة ، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها $\vec{v}$ داخل مجال مغنطيسي متجهته $\vec{B}$ إلى قوة مغنطيسية $\vec{F}$ تسمى قوة لورنتز تحددها العلاقة المتجهية التالية : $\vec{F} = q\vec{E} \wedge \vec{B}$

معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$ تمكن من استنتاج مميزات القوة $\vec{F}$.

خلال هذه الدراسة نهمل وزن الدقيقة المشحونة أمام القوة المغنطيسية التي تطبق عليها

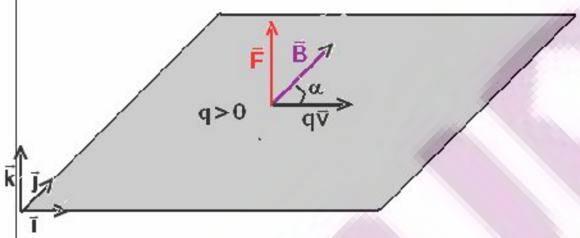
2 ـ 2 مميزات القوة المغنطيسية

مميزات قوة لورنتز هي :

ـ نقطة التأثير الدقيقة نفسها باعتبارها نقطة مادية .

ـ خط التأثير : العمودي على المستوى المحدد بواسطة $(\vec{v}, \vec{B})$ ؛ $\vec{F}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}$ وعلى المتجهة $\vec{B}$.

ـ المنحى : هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الوجه $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ مباشرا .



ـ الشدة : $F = |qvB\sin\alpha|$

q : شحنة الدقيقة ب (C)

v : سرعة الدقيقة ب m/s

B : شدة المجال المغنطيسي (T)

α الزاوية التي تكونها $\vec{v}$ مع $\vec{B}$

F : شدة قوة لورنتز (N)

ملحوظة :

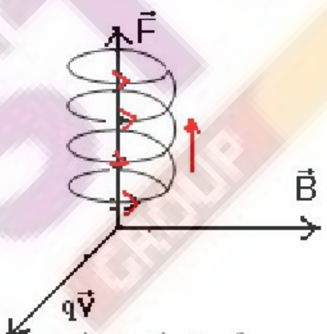
منحى $\vec{F}$ يتغير حسب إشارة q . عمليا للحصول على منحى المتجهة $\vec{F}$ نطبق إحدى القواعد .

ـ قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى . الإبهام $q\vec{v}$. السبابة : $\vec{B}$.

الوسطى :$\vec{F}$

ـ قاعدة مفك البرغي

ـ قاعدة اليد اليمنى



قاعدة مفك البرغي

الحالات التي تنعدم فيها القوة المغناطيسية :

- q=0 دقيقة محايدة كهربائيا
- $\vec{v} = \vec{0}$ دقيقة متوقفة
- $\vec{B} = \vec{0}$ غياب المجال المغنطيسي
- $\alpha = 0$ أو $\alpha = \pi$ أي $\vec{v}$ و $\vec{B}$ على استقامة واحدة .

<u>تمرين تطبيقي</u> : ندخل حزمة من دقائق الهيليوم $^{2}_{4}He^{2+}$

بسرعة $v_0=10^3 m/s$ مجالا مغناطيسيا شدته $B=2.10^{-3}T$. علما أن $(\vec{v}_0, \vec{B})$ تكون زاوية 60° ، أحسب شدة القوة المغناطيسية التي تخضع إليها الدقائق الهيليوم . ومثل المتجهات $\vec{B}$ و $\vec{v}_0$ و $\vec{F}$ على تبيانة في الحالتين التاليتين : $(\vec{v}_0, \vec{B}) = 60°$ و $(\vec{B}, \vec{v}_0) = 60°$

الحل : حسب علاقة لورنتز : $\vec{F}=q\vec{v}_0\wedge\vec{B}$ حسب المعطيات عندنا $q=+2e$ و $v_0=10^3\,m/s$ و $B=2.10^{-3}T$

بما أن شدة القوة $\vec{F}$ هي $F=|qvB\sin\alpha|$ فإن $F=3,2.10^{-19}N$

3ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

ندرس حركة دقيقة تم نعممها على الحزمة الإلكترونية باعتبار أن جميع الدقائق مماثلة في الحركة

نعتبر دقيقة شحنتها q وكتلتها m تلج مجالا مغنطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{B}$.

أ ـ طبيعة حركة الحزمة الإلكترونية داخل المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

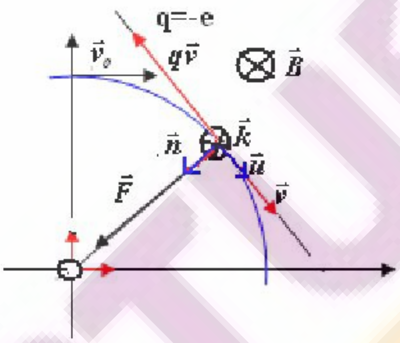
ـ نبين أن مسار الإلكترون مسار مستو ي

نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة في اللحظة t ،

$\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}$ نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغناطيسية فتصبح العلاقة المتجهية السابقة على الشكل التالي : $\vec{F}=m.\vec{a}$ وبما أن $\vec{F}=q\vec{v}_0\wedge\vec{B}$ إذن $q\vec{v}_0\wedge\vec{B}=m.\vec{a}$ أي أن $\vec{a}=\dfrac{q}{m}(\vec{v}_0\wedge\vec{B})$

في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M(\vec{u},\vec{n},\vec{k})$ أن $\vec{a}(0,a_n,0)$ يعني أن $a_z=0$ ومنه $z=g(t)=0$ مما يبين أن حركة الدقيقة تتم في المستوى $(\vec{u},\vec{n})$ وبالتالي فحركة الدقيقة حركة مستوية .

ب ـ ما هو شكل المسار؟



حسب التحليل السابق وفي معلم فريني $a_t=\dfrac{dv}{dt}=0$ أي أن

$v=cte=v_0$

وكذلك $a_n=\dfrac{v_0^2}{\rho_n}$ ونعلم أنه في معلم فريني $\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t=\vec{a}_n$

إذن $\dfrac{q}{m}v_0B=\dfrac{v_0^2}{\rho}\Rightarrow a=a_n$ نستنتج أن $\rho=\dfrac{m.v_0}{|q|.B}=Cte=R$

إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري .

ج ـ خلاصة

حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ متعامدة مع $\vec{B}$ ، حركة دائرية منتظمة .

ـ مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال .

ـ شعاعها يساوي : $\boxed{R=\dfrac{m.v_0}{|q|.B}}$ **(1)**

د ـ الدراسة الطاقية

*** قدرة القوة المغناطيسية**

$$\boxed{\mathscr{P}=\vec{F}.\vec{v}\Leftrightarrow\mathscr{P}=q(\vec{v}\wedge\vec{B}).\vec{v}=0}$$

قدرة القوة المغناطيسية دائما منعدمة لكون أن هذه القوة دائما عمودية على السرعة

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الدقيقة عند انتقالها خلال مدة زمنية Δt :

$\Delta E_C = W(\vec{F}) = 0$ أي أن $E_C = Cte$ إذن $\frac{1}{2}mv^2 = Cte \Rightarrow v = cte = v_0$

خلاصة : المجال المغناطيسي لا يغير الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة .

4 : الإنحراف المغناطيسي

تعريف : نسمي الانحراف المغناطيسي المسافة $\overline{O'P} = D_m$

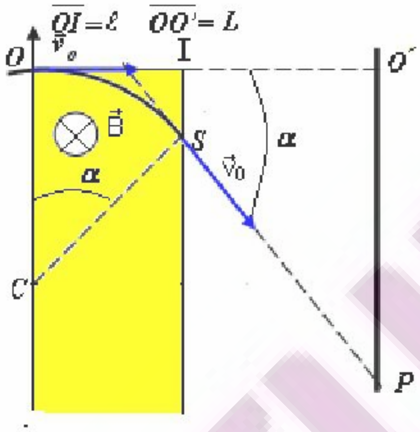
تلج حزمة دقائق من النقطة O وبسرعة $\vec{v}_0$ حيزا طوله ℓ حيث يخضع لمجال مغناطيسي منتظم □ متعامد مع متجهة السرعة البدئية .

مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن قوس من دائرة مركزها C وشعاعها $R = \frac{mv_0}{|q|.B}$.

عند النقطة S تغادر الدقيقة المجال المغناطيسي بسرعة $\vec{v}_0$ بحيث تصبح حركتها مستقيمية منتظمة (مبدأ القصور)

الزاوية $\alpha = (OC, OS)$ تسمى بالانحراف الزاوي بحيث أن $\sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ وكذلك

$$\tan\alpha = \frac{\overline{O'P}}{\overline{OO'} - \overline{OI}} = \frac{D_m}{L - \overline{OI}}$$



وبما أن في الأجهزة المستعملة α صغيرة جدا وكذلك ($\ell << L$)

($\sin\alpha = \tan\alpha$)

$\frac{\ell}{R} = \frac{D_m}{L}$ أي أن $D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$

ملحوظة : المقارنة بين الانحراف الكهربائي والانحراف المغناطيسي

$D_e = \frac{|q|E.L.\ell}{m.v_0^2}$ و $D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$

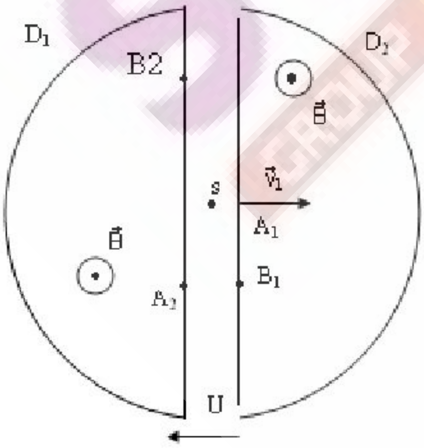
يلاحظ أن ألانحراف المغناطيسي أكثر تكيفا من الانحراف الكهربائي

لأنه يتناسب اطرادا مع $\frac{1}{v_0}$. لهذا يستعمل في أنبوب التلفاز .

VI تطبيقات :

1 ـ السيكلوترون

السكلوترون جهاز مسرع الدقائق ، يتكون سيكلوترون من علبتين موصليتين D_1 و D_2 على شكل نصف أسطوانتين مفرغتين تفصل بينهما مسافة جد صغيرة أمام شعاعهما .



يوجد داخل كل علبة مجال مغنطيسي منتظم $\vec{B}$ شدته B =0.14T .

1 ـ نطبق بين العلبتين توترا U ثابتا وموجبا . تنطلق حزمة من البروتونات من المنبع S ، فيتم تسرعها نحو العلبة D_1 ، حيث تكون سرعة كل بروتون عند وصوله النقطة A هي : $v_1=4.38.10^5 m/s$

1 ـ 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد قيمة R_1 ، شعاع المسار الدائري للبروتون داخل D_1 .

1 ـ 2 أوجد قيمة الدور T لحركة البروتون . بين أن T لا ترتبط بسرعة البروتون ولا بشعاع مساره .

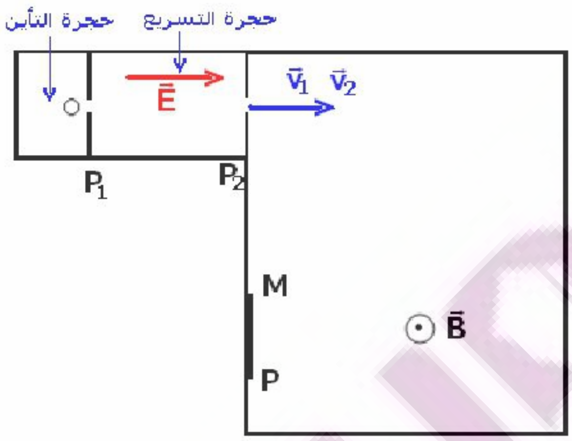
2 ـ يصل البروتون إلى B_1 في اللحظة التي تتغير عندها إشارة التوتر U ، فيتسرع البروتون ، من جديد ، نحو العلبة D_2

2 ـ 1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية ، أوجد السرعة v_2 للبروتون عند النقطة A_2 ، علما أن U =-2kV قارن v_1 و v_2 .

2 ــ2 ليكن R_2 شعاع مسار البروتون داخل العلبة D_2 برهن على أن $R_2>R_1$.
2 ــ 3 عند وصول البروتون إلى النقطة B_2 ، تتغير إشارة التوتر من جديد . صف حركة البروتون بعد وصوله إلى B_2 . استنتج وظيفة السيكلوترون ، إذا علمت أن إشارة U تتغير دوريا .
نعطي كتلة البروتون $m=1.67.10^{-27}kg$
شحنة البروتون $e = 1.6.10^{-19}C$

2 ــ راسم طيف الكتلة

راسم طيف الكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة ، وذلك باستعمال مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي .
يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستر (Dempster) من :
حجرة التأين حيث تنتج الأيونات ؛
حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تكاد تكون منعدمة لتسرع $\vec{E}$ محدث بواسطة توتر U .
نريد فرز الأيونات $^{3}_{2}He^{2+}, ^{4}_{2}He^{2+}$ كتلتاهما إتباعا $m_3= 5.10^{-27}kg$ و $m_4=6.7.10^{-27}$ ندخل الأيونات في مجال كهرساكن منتظم محدث بواسطة توتر U مطبق بين صفيحتين رأسيتين P_1 و P_2 لتسريعهما إلى النقطة A .



1 ــ تخرج الأيونات $^{3}_{2}He^{2+}, ^{4}_{2}He^{2+}$ من النقطة A على التتابع بالسرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ نهمل السرعتين عند النقطة O . عبر عن السرعتين v_1 و v_2 بدلالة معطيات النص .
أحسب v_1 وv_2 .
2 ــ تدخل الأيونات ، عند النقطة A ، مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ عموديا على متجهتي السرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ وتصل إلى منطقة الإستقبال MP المعينة على الشكل .
احسب المسافة MP الفاصلة بين P و M نقطتي وقع الأيونات $^{3}_{2}He^{2+}, ^{4}_{2}He^{2+}$ على منطقة استقبال . نعطي U $=10^4V$ و $B=0.5T$