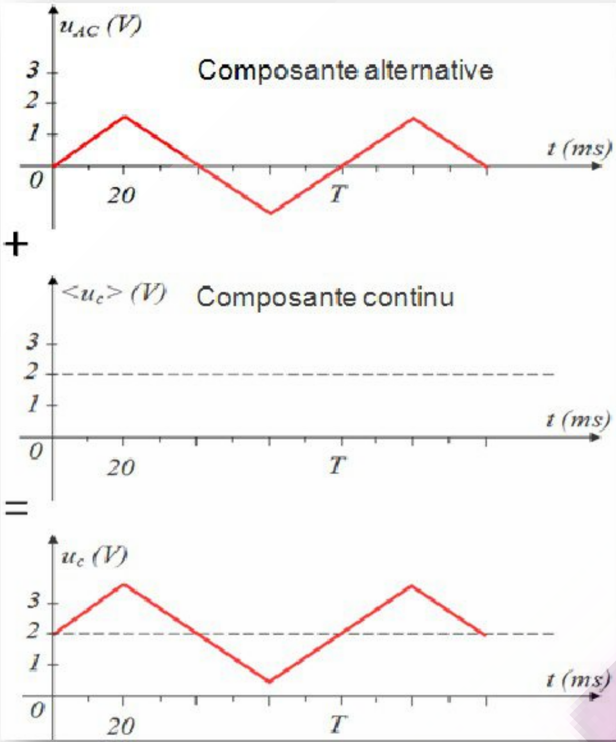
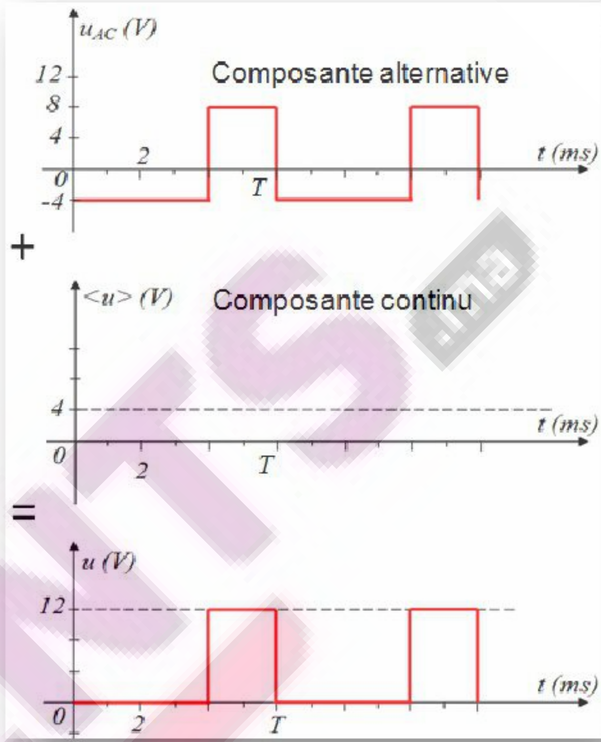
A chaque instant t :

u(t) est la somme de sa composante alternative $u_{AC}(t)$ et de sa valeur moyenne $< u >$:

$$u(t) = < u > + u_{AC}(t)$$

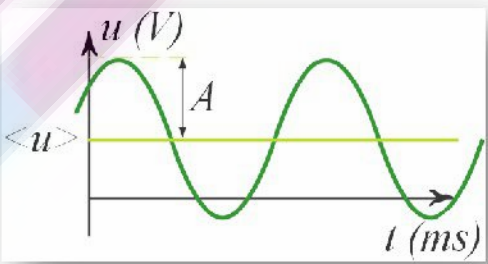




Remarque :

- Pour une grandeur sinusoïdale quelconque :

$$U_{eff} = U = \sqrt{< u >^2 + \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2}$$



- Valeur efficace d'un courant électrique : $$I_{eff} = I = \sqrt{< i^2 >}$$
- Pour un courant sinusoïdal alternatif : $$I_{eff} = I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = \frac{I_{maxi}}{\sqrt{2}}$$

a.7- Puissance électrique " $\mathcal{P}$ ":

Soit une résistance parcourue par un courant ***continu*** :
La résistance consomme une puissance électrique : $\mathcal{P} = RI^2 = U^2/R$ (loi de Joule)

Soit la même résistance parcourue par un courant périodique i(t) de valeur efficace I_{eff} :
La puissance moyenne consommée est : $\mathcal{P} = <Ri^2> = R<i^2> = RI_{eff}^2 = U_{eff}^2/R$
Pour avoir les mêmes effets thermiques, il faut que I_{eff} soit égal à la valeur du courant en régime continu I (idem pour les tensions).

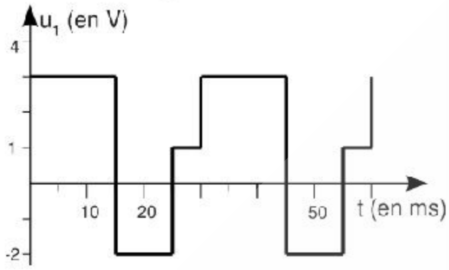
$\mathcal{P}(t) = u(t) \times i(t)$ est la puissance électrique consommée à l'instant t (ou puissance instantanée).
En régime ***périodique***, ce n'est pas $\mathcal{P}(t)$ qu'il est intéressant de connaître mais la puissance moyenne dans le temps :

$$\mathcal{P} = < \mathcal{P}(t) > = < u(t) \cdot i(t) > = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) \cdot i(t)\,dt$$

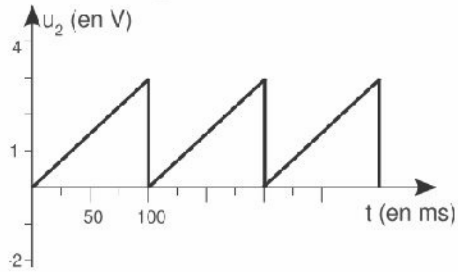
Attention : en général, $<u(t).i(t)> \neq <u(t)>.<i(t)>$

EX18- Calculer la valeur moyenne des grandeurs représentées ci-dessous.

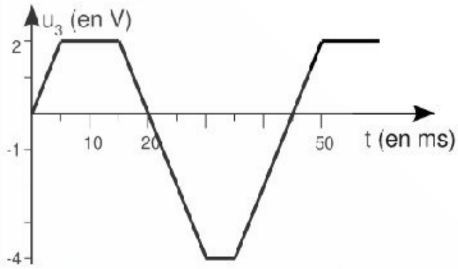
Signal 1



Signal 2



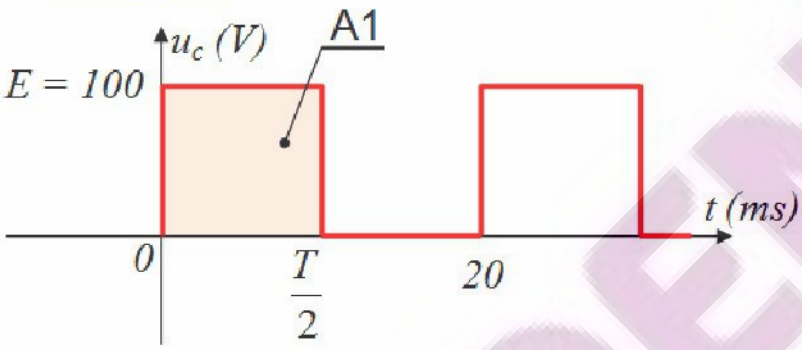
Signal 3

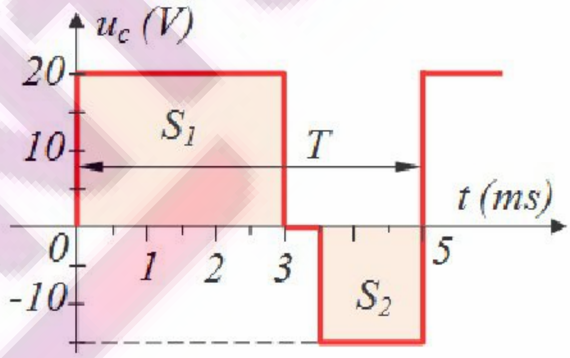


EX19-

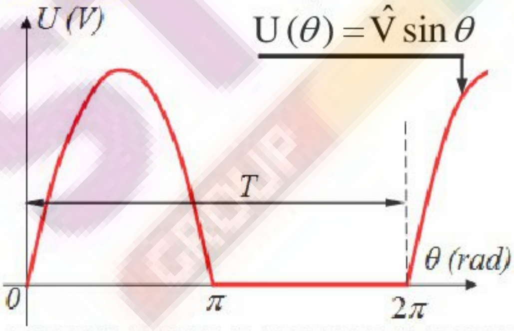
a- Calculer et ***représenter*** la valeur moyenne $<u_c>$ des deux signaux (Oscillogrammes).

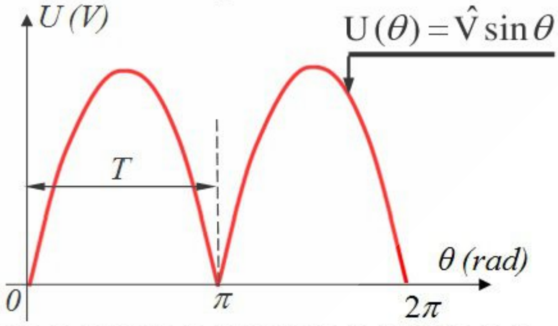
b- Calculer la valeur efficace Uc_{eff} de la tension $u_c(t)$ des deux signaux (Oscillogrammes).





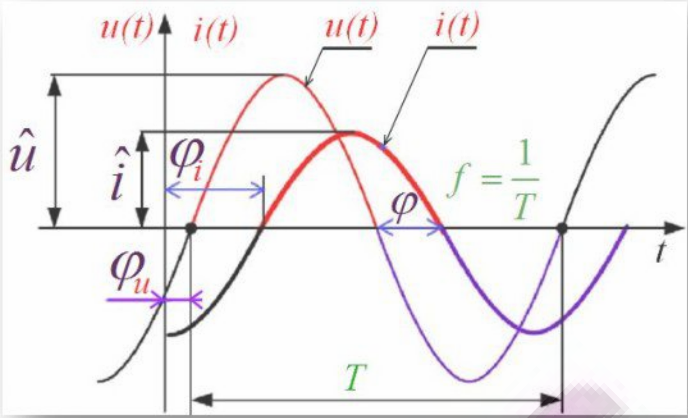
EX20- Calculer la valeur moyenne $<U>$ et la valeur efficace U_{eff} des oscillogrammes ci-dessous.





b- Courant alternatif sinusoïdale monophasé :

b.1- Valeurs instantanées :

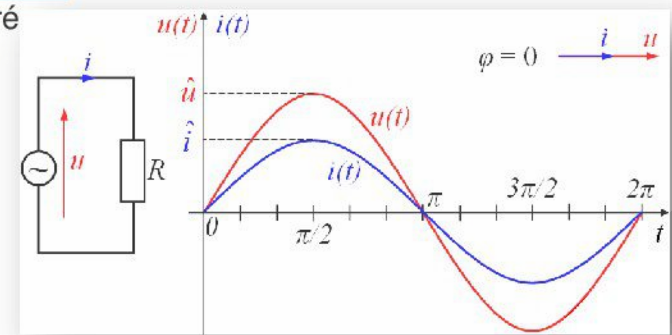


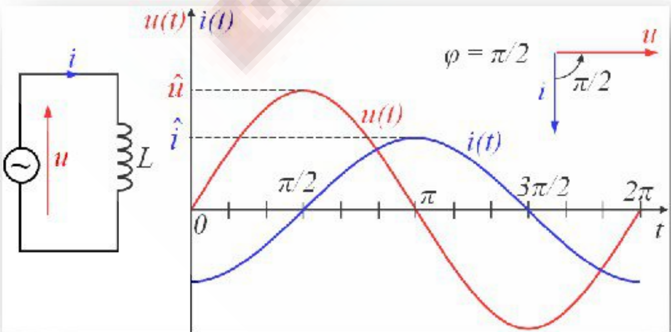
Une ***tension*** alternative sinusoïdale à pour équation :	Un ***courant*** alternatif sinusoïdale à pour équation :
$u(t) = \hat{U}\sin(\omega t + \varphi_u)$ $u(t) = U_{maxi}\sin(\omega t + \varphi_u)$ $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_u)$ u(t) : Valeur instantanée de la tension en (V) ; $\hat{U}$: Valeur maximale (Amplitude) de u(t) ; U : Valeur efficace de u(t) en (V) ; ω : Pulsation (Vitesse angulaire) en (rad/s) ; $\omega t + \varphi_u$: Phase à l'instant ''t'' en (rad) ; φ_u : Phase à l'origine ''$t_1 = 0$'' en (rad) ;	$i(t) = \hat{I}\sin(\omega t + \varphi_i)$ $i(t) = I_{maxi}\sin(\omega t + \varphi_i)$ $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$ i(t) : Valeur instantanée de l'intensité en (A) ; $\hat{I}$: Valeur maximale (Amplitude) de i(t) ; I : Valeur efficace de i(t) en (A) ; ω : Pulsation (Vitesse angulaire) en (rad/s) ; $\omega t + \varphi_i$: Phase à l'instant ''t'' en (rad) ; φ_i : Phase à l'origine ''$t_2 = 0$'' en (rad) ;

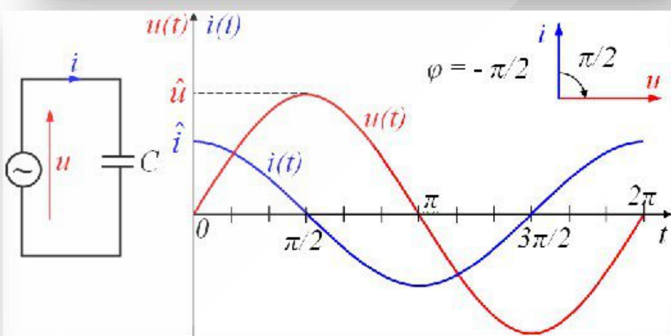
$\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ Avec : $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$; $f = \frac{1}{T}$ et $T = \frac{2\pi}{\omega}$	φ : Déphasage en (rad) f : Fréquence en (Hz) T : Période en (s)

b.2- Déphasage courant- tension selon la charge :

Suivant le type de récepteur, le courant engendré peut être soit en ***phase*** (en synchronisme) (cas d'une résistance R) avec la tension, soit ***déphasé*** en ***retard*** (cas d'une bobine L) ou en ***avance*** (cas d'un condensateur C) par rapport à la tension.
Autrement dit, lorsque la tension est maximum, le courant ne l'est pas forcément.







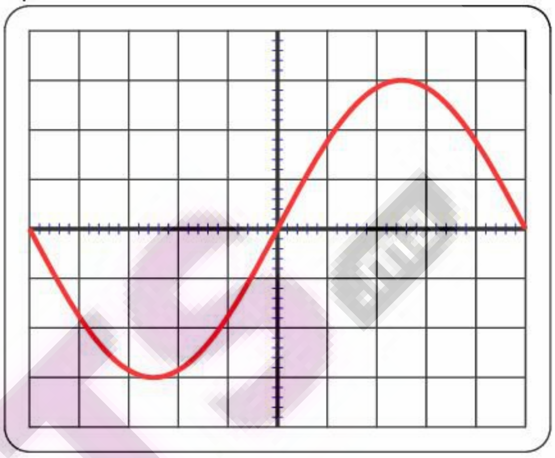
Dans la courbe de (b.1-) le courant est en retard sur la tension d'un angle φ *(phi)*.

Ex21- La valeur efficace d'une tension sinusoïdale est 220 V. ***Calculer*** sa valeur maximale.

Ex22- Une tension alternative sinusoïdale a pour valeur maximale 537 V.
Quelle est sa valeur efficace ?

Ex23- ***Quelle est*** la période d'une tension sinusoïdale de fréquence f = 50 Hz ?
Exprimer le résultat en ms.

Ex24- ***Calculer*** la fréquence d'une tension sinusoïdale dont la période vaut 100 ms.



Ex25

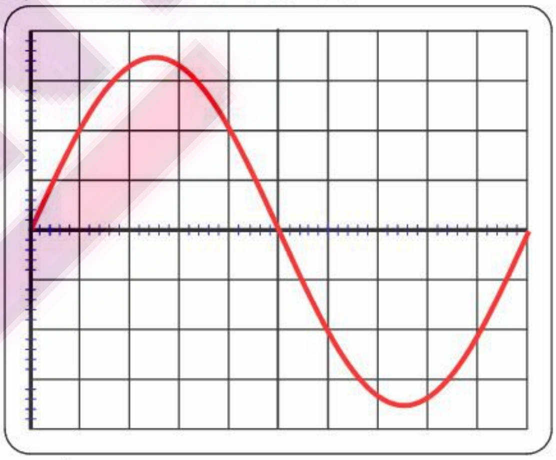
L'oscillogramme représenté ci-contre a été obtenu avec les calibres suivants : - Sensibilité verticale : 16 V/div
- Vitesse de balayage : 0,4 ms/div.

25.1- ***Déterminer*** la tension maximum du signal.
25.2- ***Déterminer*** la période du signal.
25.3- ***Calculer*** la tension efficace du signal.
25.4- ***Calculer*** la fréquence du signal.

Ex26

Sur l'oscillogramme ci-contre obtenu avec les calibres suivants, on observe une tension.

- Sensibilité verticale : 0,41 V/div
- Vitesse de balayage : 0,4 ms/div.



Le signal à pour équation : $u(t) = 4,95\sqrt{2}\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t)$

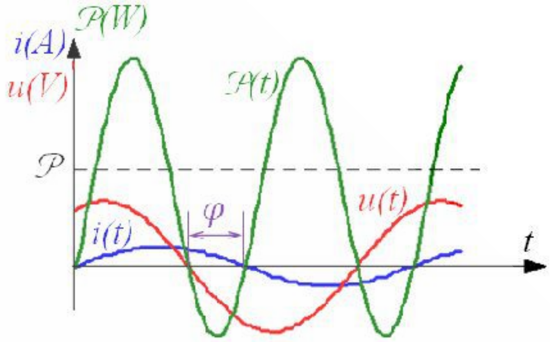
A partir de l'équation de $u(t)$, ***déterminer*** :
26.1- L'amplitude de $u(t)$:
26.2- La valeur efficace de $u(t)$:
26.3- La période T :
26.4- La fréquence f :
26.5- La pulsation ω :
26.6- La phase à l'origine φ :
26.7- La valeur instantanée de la tension $u(t)$ à l'origine $u(0)$:
26.8- La valeur instantanée de la tension $u(t)$ à l'instant ''t_1 = 2.10^{-3} ms'' :
26.9- La valeur instantanée de la tension $u(t)$ à l'instant ''$t_2 = \frac{3T}{5}$ ms'' :
26.10- La valeur moyenne de $u(t)$:

Ex27

On étudie la tension aux bornes d'une lampe et l'intensité du courant qui la traverse. Pour cela, on utilise : un voltmètre, un ampèremètre, un oscilloscope. Ce qui apparaît sur l'écran de l'oscilloscope est représenté ci-contre :
- Sensibilité verticale : 0,5 V/div
- Vitesse de balayage : 5 ms/div.

Évaluer la valeur de la période T.
Évaluer la valeur de la tension maximale U_{max} aux bornes de la lampe.
Le voltmètre indique 12 Volts.
Que représente cette mesure ?
Quelle est la mesure de la résistance de la lampe si l'ampèremètre indique 0,5 A ? On rappelle $U = R \times I$.

c- Les puissances :



Comme l'indique la représentation de la figure la puissance varie à chaque instant.

c.1- puissance active :

La ***puissance active*** (ou ***puissance réelle***) correspond à la puissance moyenne consommée sur une période. Elle est notée $\mathcal{P}$ et est exprimée en watt (W).
Pour un courant $i(t)$ et une tension $u(t)$ de période T, son expression est :

$$\mathcal{P} = <\mathcal{P}(t)> = <u(t)\cdot i(t)> = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\cdot i(t)dt$$

Pour une tension sinusoïdale de valeur efficace U et un courant sinusoïdal de valeur efficace I déphasé de φ par rapport à la tension, cette expression devient :

$$\boxed{\mathcal{P} = U_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\cos\varphi = U\cdot I\cdot\cos\varphi = \frac{\hat{U}\cdot\hat{I}}{2}\cdot\cos\varphi = \frac{U_{max}\cdot I_{max}}{2}\cdot\cos\varphi}$$

$\cos\varphi$: Correspond alors au facteur de puissance.
C'est la seule puissance à avoir un sens physique direct : par exemple dans le cas d'une résistance la puissance active est également la puissance thermique dissipée.
Il n'y a pas de déphasage dans une résistance, donc $\varphi = 0$ et $\cos\varphi = 1$.
La puissance active absorbée par un récepteur est toujours positive.

c.2- Puissance réactive :

En régime sinusoïdal, la ***puissance réactive*** est la partie imaginaire de la puissance apparente complexe. Elle se note Q, est exprimée en voltampère réactif (VAR, VAr ou var)

et on a : $$\boxed{Q = U_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\sin\varphi = U\cdot I\cdot\sin\varphi}$$

Les dipôles ayant une impédance dont la valeur est un nombre imaginaire pur (capacité ou inductance) ont une puissance active nulle et une puissance *réactive* égale en valeur absolue à leur puissance *apparente*.
Le signe de la puissance réactive est fonction de l'angle de déphasage produit par le récepteur considéré : - Pour un ***récepteur inductif*** **($\varphi > 0$)** la puissance réactive est ***positive***,
- Pour un ***récepteur capacitif*** **($\varphi < 0$)** la puissance réactive est ***négative.***

c.3- Puissance apparente :

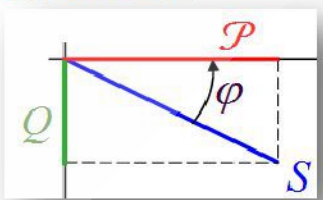
La ***puissance apparente*** reçue en régime alternatif est le produit de la *valeur efficace* de la *tension électrique* aux bornes du dipôle par la valeur efficace du *courant électrique* traversant ce dipôle. La puissance apparente se note S et est exprimée en voltampère (VA).

$$\boxed{S = U_{eff}.I_{eff} = U\cdot I}$$

c.4- Relations entre ces Puissances (active ; réactive et apparente) :

On a les puissances :
- Active : $\mathcal{P} = U\cdot I\cdot\cos\varphi$
- Réactive : $Q = U\cdot I\cdot\sin\varphi$
- Apparente : $S = U\cdot I$

Qui se représentent se forme d'un triangle rectangle.

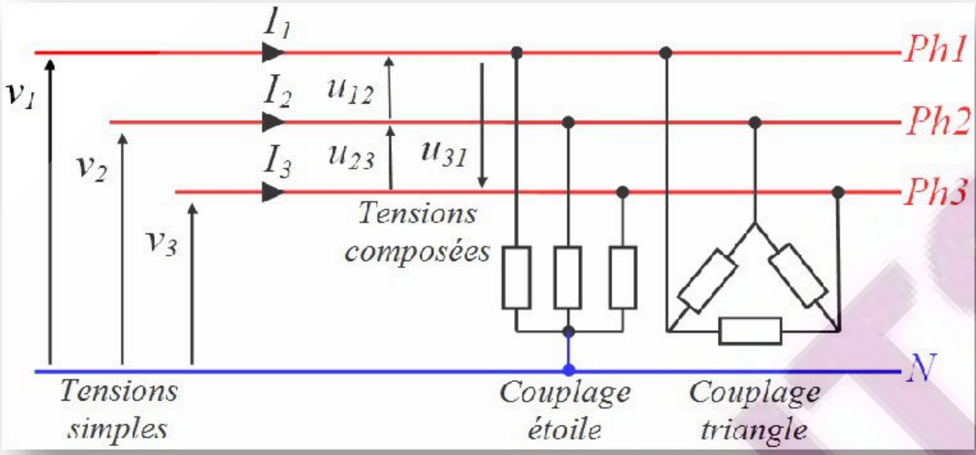


En s'appuyant sur le théorème de Pythagore on tire :

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{\mathcal{P}}{S}} \quad \boxed{\sin\varphi = \frac{Q}{S}} \quad \boxed{tg\varphi = \frac{Q}{\mathcal{P}}} \quad \boxed{S = \sqrt{\mathcal{P}^2 + Q^2}}$$

d- Courant alternatif triphasé :

La majeure partie de la production et du transport de l'énergie électrique se fait sous forme triphasée. Néanmoins, il faut garder à l'esprit que la plupart des appareils domestiques fonctionnent en monophasé. En général, sur les installations modernes, vous n'avez qu'une phase et le neutre qui arrive chez vous mais dans les vieilles installations, les 3 phases et le neutre arrivent chez vous. L'utilisation directe d'énergie électrique triphasée concerne essentiellement les machines industrielles de forte puissance.



u = 380 V
Au Maroc : v = 220 V
f = 50 Hz

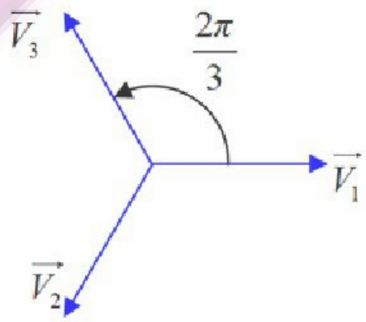
d.1- Régime équilibré:

Un système triphasé est dit équilibré si les valeurs efficaces des 3 courants sont égales et déphasées de $2\pi/3$ (en rad) l'une par rapport à l'autre. ($2\pi/3$ rad = ...)

d.2- Tensions triphasées :

- ***Tensions simples*** : tension entre une phase et le neutre

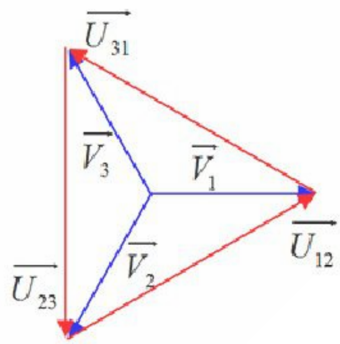
$$V_1 = v_1 = v_1(t) = V\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t)$$
$$V_2 = v_2 = v_2(t) = V\sqrt{2}\cdot\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$V_3 = v_3 = v_3(t) = V\sqrt{2}\cdot\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$



- ***Tensions composées*** : tension entre deux phases

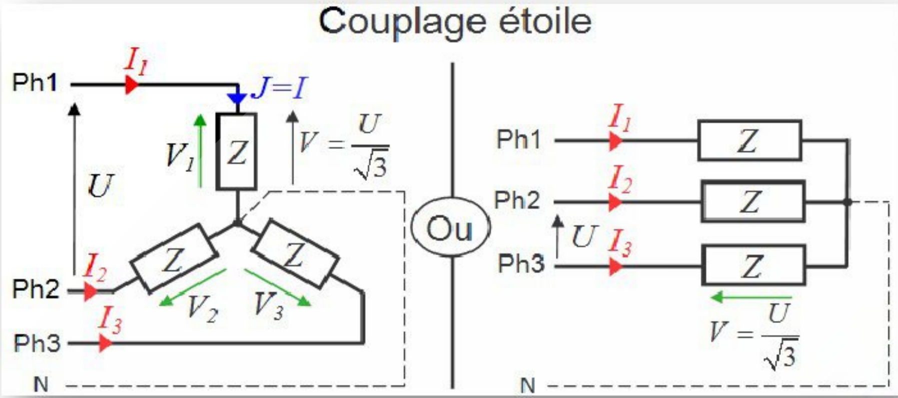
$$u = U\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t + \theta); \quad \text{avec} : U = V\sqrt{3}$$

$$u_{12} = v_1 - v_2 \qquad \overrightarrow{U_{12}} = \vec{V_1} - \vec{V_2}$$
$$u_{23} = v_2 - v_3 \qquad \overrightarrow{U_{23}} = \vec{V_2} - \vec{V_3}$$
$$u_{31} = v_3 - v_1 \qquad \overrightarrow{U_{31}} = \vec{V_3} - \vec{V_1}$$

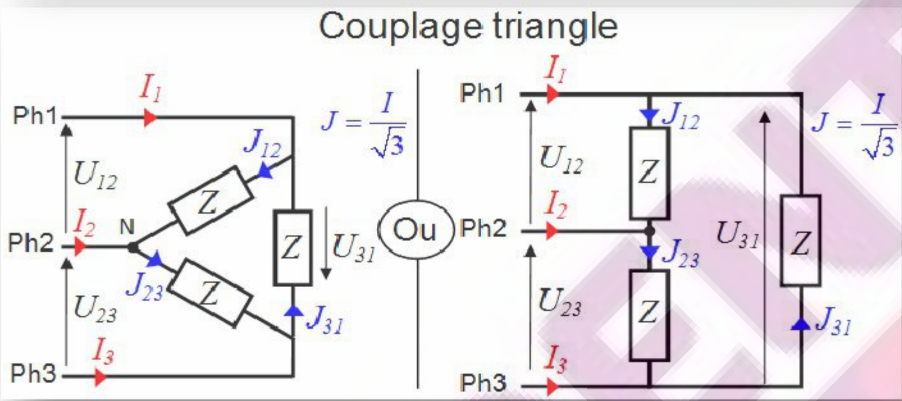


d.3- Récepteur triphasé :

Un récepteur triphasé est constitué par trois récepteurs monophasés identiques peuvent être couplés de façons suivantes :



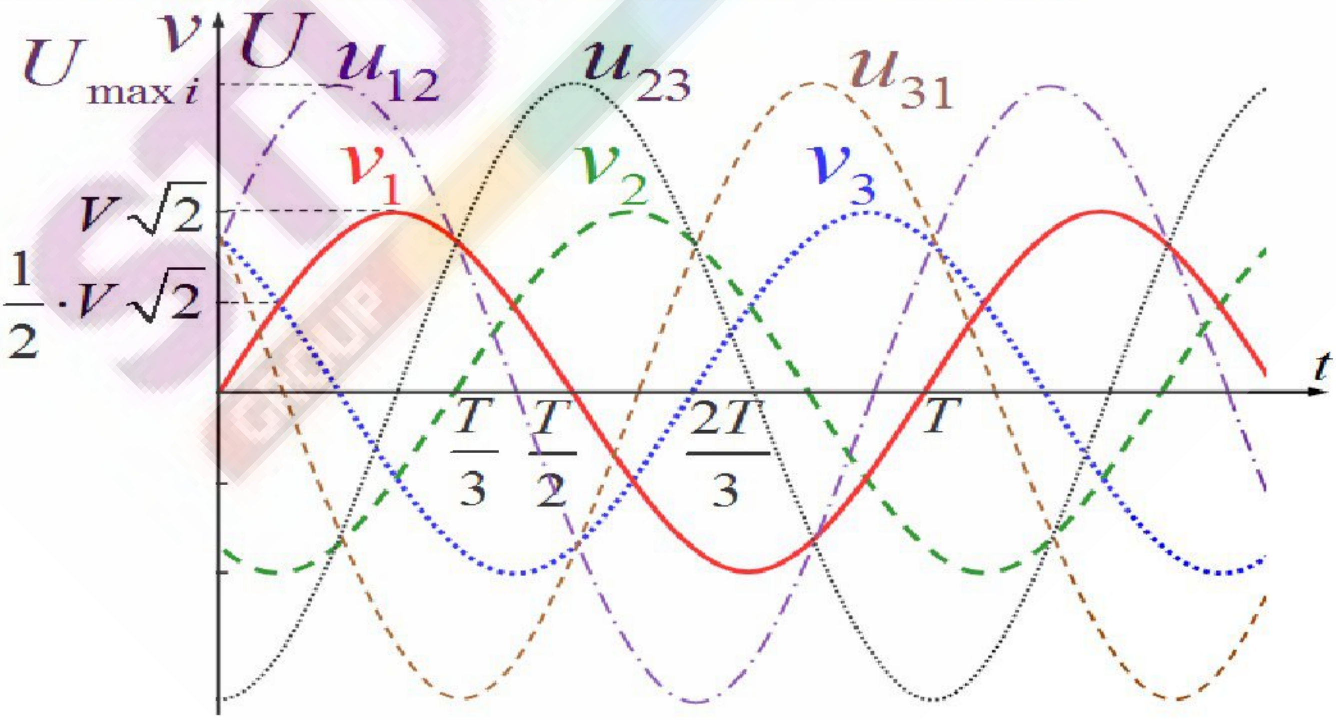
Chaque récepteur est soumis à la tension simple du réseau soit $V = V_1 = V_2 = V_3 =$ 220 V



Chaque récepteur est soumis à la tension composée du réseau soit $U = U_{12} = U_{23} = U_{31} = \sqrt{3}V$ =380 V

Relation entre la valeur efficace du courant en ligne I et celle du courant J qui parcourt un dipôle: (Couplage étoile : $I = J$; Couplage triangle : $I = J \cdot \sqrt{3}$).

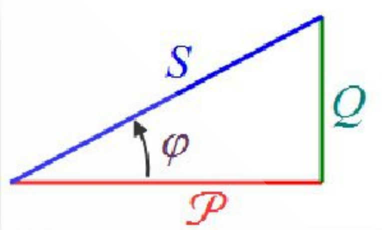
d.4- Représentation des tensions entre phases en fonction du temps :



Ce graphique met en évidence la relation $U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0$ V qui est vraie à tout instant t.

d.5- Puissances :

- Triangle des puissances



$S^2 = \mathcal{P}^2 + Q^2$ $\quad \mathcal{P} = S \cdot \cos\varphi$ $\quad Q = S \cdot \sin\varphi = \mathcal{P} \cdot tg\varphi$

- Puissance ***active*** $\mathcal{P}$ en W (Watts)
  C'est la puissance réellement utilisée par la machine : $\mathcal{P} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi$
- Puissance ***réactive*** Q en var (Volts Ampères réactif)
  Elle représente les pertes, par effet Joule notamment, on peut la minimiser via des condensateurs. $Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin\varphi$
- Puissance ***apparente*** S en VA (Volts Ampères)
  Utilisée pour caractériser un alternateur ou transformateur,
  elle exprime la puissance maximale qu'ils peuvent fournir et sert aussi à dimensionner la section des fils. (Sachant que toute cette puissance ne sera pas utilisée à cause des pertes).

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 3 \cdot V \cdot I$$

- ***Facteur de puissance*** aussi appelé "cos phi"
  Il exprime la "performance" de la machine, plus il tend vers 1, plus les pertes sont faibles.
  Il représente le déphasage angulaire entre la tension et l'intensité du courant.

$$-1 \leq \cos\varphi = \frac{\mathcal{P}}{S} \leq 1$$

- ***Pertes joules*** (***PJ***) pour un dipôle résistif
  R : Résistance entre deux phases
  r : résistance réelle d'un dipôle
  I : Valeur efficace du courant en ligne
  J : Courant parcourt un dipôle

Couplage étoile $I = J$

$$R = 2 \cdot r \quad et \quad \mathcal{P}_J = 3 \cdot r \cdot I^2 = \frac{3}{2} \cdot R \cdot I^2$$

Couplage triangle $I = J \cdot \sqrt{3}$

$$R = \frac{2}{3} \cdot r \quad et \quad \mathcal{P}_J = 3 \cdot r \cdot J^2 = \frac{3}{2} \cdot R \cdot I^2$$