

الجزء الأول : (9 نقط)

(I) بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه : لكل x و y من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$(1,5) \quad [xy \neq 1 \text{ و } x \neq y] \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

$$(0,75) \quad (II) \text{ بين أن : } 2a^2 + 2b^2 \geq (a+b)^2 : (\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2)$$

$$(0,5) \quad (III) \text{ 1) بين أن العبارة } \left[(\exists x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{1+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right] \text{ عبارة صحيحة.}$$

$$(1) \quad (2) \text{ أ) بين أن : } (\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} \leq 1$$

$$(0,75) \quad \text{ب) اكتب نفي العبارة } (P) \text{ التالية : } (P) : \left[(\forall y \in \mathbb{R}^+) ; (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > \sqrt{y} \right]$$

$$(0,5) \quad \text{استنتج أن العبارة } (P) \text{ خاطئة.}$$

$$(2) \quad (IV) \text{ 1) بين ، بالترجع ، أن : } (\forall n \in \mathbb{N}^*) : 3 + 6 + \dots + 3n = \frac{3n(n+1)}{2}$$

$$(2) \quad \text{2) بين ، بالترجع ، أن لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ العدد } 5^{2n} - 1 \text{ يقبل القسمة على } 24 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}.$$

الجزء الثاني : (11 نقط)

$$(I) \text{ لتكن } h \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي : } h(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

$$(1) \quad \text{1) بين أن : } (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 2x + 2 > 0$$

$$(1,5) \quad \text{2) بين أن الدالة } h \text{ مكبورة بالعدد } 2 \text{ على } \mathbb{R}.$$

$$(1) \quad \text{3) أ) بين أن : } (\forall x \in \mathbb{R}) : h(x) \geq -1$$

$$(1) \quad \text{ب) بين أن } -1 \text{ هي القيمة الدنيا للدالة } h \text{ على } \mathbb{R}.$$

$$(II) \text{ نعتبر الدالتين العدديتين } f \text{ و } g \text{ المعرفتين بما يلي : } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 \text{ و } g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\text{وليكن } (\mathcal{C}_f) \text{ و } (\mathcal{C}_g) \text{ منحنيا الدالتين } f \text{ و } g \text{ على التوالي في م م م } (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j}).$$

$$(1+0,5) \quad \text{1) حدد } D_g \text{ مجموعة تعريف الدالة } g \text{ ثم ضع جدول تغيراتها.}$$

$$(1) \quad \text{2) ضع جدول تغيرات الدالة } f.$$

$$(1) \quad \text{3) أ) تحقق من أن : } f(0) = g(0) \text{ و } f(3) = g(3).$$

$$(2) \quad \text{ب) انشئ ، في المعلم } (\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j}) ، المنحنيين } (\mathcal{C}_f) \text{ و } (\mathcal{C}_g) \text{ . (استعمل لون لكل منحنى)}$$

$$(1) \quad \text{4) حل ، في المجال } \mathbb{R} ، مبيانيا المترابحة : 3\sqrt{x+1} + 2x > x^2 + 3$$