

التمرين الأول : (4 نقط)

لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_{15} = 25$ و $u_{18} = 34$.

(2)

(1) بين أن : $r = 3$ و $u_1 = -17$.

(1)

(2) اكتب u_n بدلالة n من $\mathbb{N}^*$

(1)

(3) احسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{18}$.

التمرين الثاني : (9 نقط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 4$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 2}$.

(1,5+0,5)

(1) احسب u_1 ثم بين ، بالترجع ، أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 3$.

(0,5)

(2) أ) تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n^2 - 2u_n - 3 = (u_n + 1)(u_n - 3)$.

(0,5+1)

ب) أثبت أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية قطعا. استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 3 < u_n \leq 4$.(3) لتكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$.

(0,5+1)

أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ و احسب حدها الأول v_0 .

(1+0,5)

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{3 \times 5^{n+1} + 1}{5^{n+1} - 1}$.

(1)

(4) نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$. بين أن : $S_n = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5^n} \right)$.

(0,5)

(5) أ) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{5}(u_n - 3)$.

(0,5)

ب) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n - 3 \leq \left(\frac{1}{5} \right)^n$.

التمرين الثالث : (7 نقط)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي :

$$g(x) = \frac{x-3}{x-1} \quad \text{و} \quad f(x) = \sqrt{3-x}$$

(1+0,5)

(1) حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g ثم ضع جدول تغيرات الدالة g .

(0,5)

(2) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f =]-\infty; 3]$.

(1)

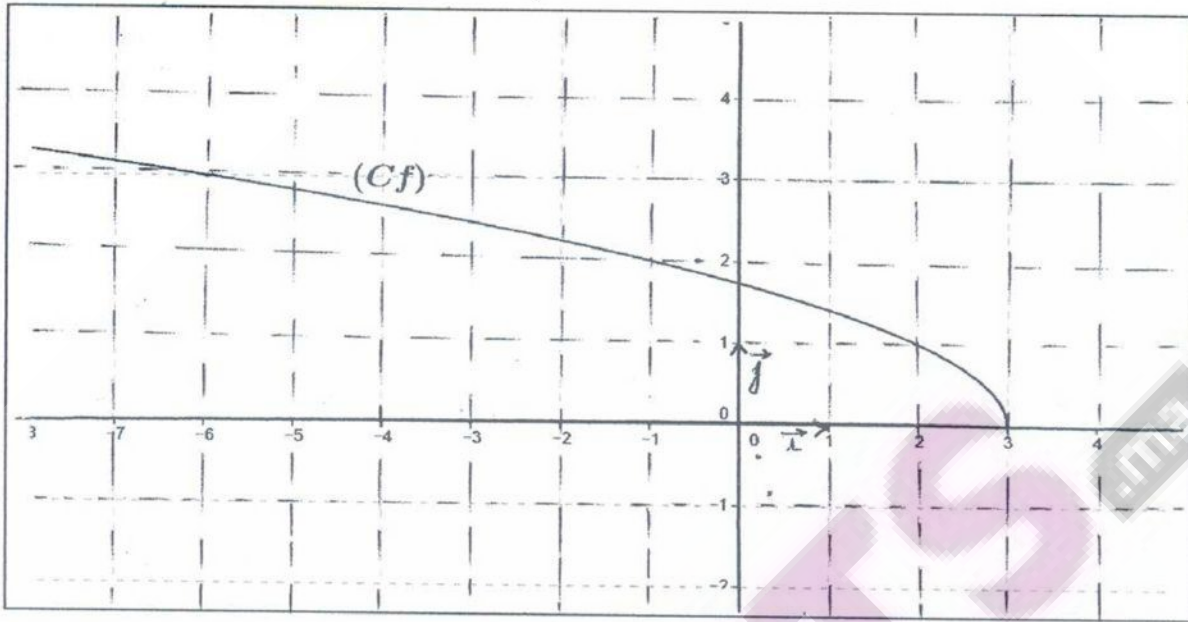
(3) أ) بين أن مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$ هي : $D_{g \circ f} =]-\infty; 2[\cup]2; 3]$.

(0,5)

ب) احسب $g \circ f(x)$ لكل x من $D_{g \circ f}$.

يتبع

(4) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كالآتي :



(1)

أ) انطلاقاً من التمثيل المبياني أعلاه ، اعط جدول تغيرات الدالة f .

$(0,5+0,5)$

ب) حدد مبيانياً : $f([2;3])$ و $f(]-\infty;2[)$.

$(0,75+0,75)$

ج) حدد تغيرات الدالة $f \circ g$ على كل من المجالين $]2;3]$ و $]-\infty;2[$.

انتهى .