

الفرض الكتابي الثالث
الأسدوس الأول

التمرين الأول:

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{3}x^2}{x^4 - x} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)(3-x^3)}{5x^4} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + x^2 - 3 \quad (1)$$

0.5x3

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+1)^3} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x}{2 - 2x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4} \quad (4)$$

1x3

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N})$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :(1) أحسب u_1

0.5

(2) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

1.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج $1 < u_n \leq 2$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

0.5+1.5

$$(2) \text{ نضع لكل } n \text{ من } \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{3}{5}$.

1.5

ب- حدد v_n بدلالة n .

1

$$\text{ج- بين أن : } (\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$$

1

$$(4) \text{ أ- بين أن : } (\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} \leq \frac{5}{3} u_n$$

1

$$\text{ب- استنتج أن : } (\forall n \in \mathbb{N}) : u_n \leq 2 \left(\frac{5}{3}\right)^n$$

1

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3u_n + 2} \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N}^*)$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي :

$$\text{نضع لكل } n \text{ من } \mathbb{N}^* : v_n = \frac{2}{u_n}$$

(1) بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ حسابية أساسها $r = 3$.

1.5

(2) حدد v_n ثم u_n بدلالة n .

1+1

(3) أحسب $S = v_1 + v_2 + \dots + v_{20}$

1

$$(4) \text{ نضع لكل } n \text{ من } \mathbb{N}^* : w_n = v_n + 5^n$$

أحسب بدلالة n المجموع $S_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$

1.5