

الاشتقاق

7 ملخص الدرس

أمثلة: لنحسب مشقة الدوال العددية التالية:

$$f(x) = 4x - 5 ; \quad g(x) = (4x - 5)^2$$

$$h(x) = \frac{3x - 1}{x + 7}$$

$$f'(x) = (4x - 5)' = 4 \quad \text{لدينا:}$$

$$g'(x) = [(4x - 5)^2]' = 2(4x - 5)'(4x - 5) \\ = 8(4x - 5)$$

$$h'(x) = \left(\frac{3x - 1}{x + 7}\right)' \\ = \frac{(3x - 1)'(x + 7) - (3x - 1)(x + 7)'}{(x + 7)^2} \\ = \frac{3(x + 7) - (3x - 1)}{(x + 7)^2} = \frac{22}{(x + 7)^2}$$

4 الدالة المشتقة ورتابة دالة عددية:

لتكن f دالة عددية و f' مشتقها على I حيث I مجال مفتوح من f .

خاصية:

(1) إذا كانت $f'(x) \geq 0$ $\forall x \in I$ ، فإن f تزايدية على I .

(2) إذا كانت $f'(x) \leq 0$ $\forall x \in I$ ، فإن f تناسبية على I .

1 معادلة المماس لمنحنى عند نقطة أقصولها a :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

هي معادلة مماس منحنى f عند النقطة $(a, f(a))$

مثال: لنحدد معادلة المماس (T) لمنحنى f المعرفة كما يلي:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{عند النقطة التي أقصولها } 0.$$

$$\text{لدينا: } f(0) = 0 \quad \text{و } f'(0) = 1$$

إذن: معادلة (T) هي:

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$(T): y = 1$$

2 العمليات على الدوال المشتقة:

ليكن f و g دالتين قابلتين للإشتقاق على مجال مفتوح I لدينا:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \bullet$$

$$(k \in \mathbb{R}) ; (kf(x))' = kf'(x) \bullet$$

$$(f(x).g(x))' = f'(x).g(x) + f(x).g'(x) \bullet$$

$$\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2} \quad (f(x) \neq 0) \bullet$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad (g(x) \neq 0) \bullet$$

$$[(f(x))^n]' = nf'(x)(f(x))^{n-1} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \bullet \text{ بحيث}$$

3 جدول للدوال المشتقة للدوال الاعتيادية:

مشتقها f'	الدالة f
0	$a (a \in \mathbb{R})$
a	$ax + b, (a \in \mathbb{R})$
nx^{n-1}	$x^n, n \in \mathbb{N}^*$
$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}, (x \in \mathbb{R}^*)$