



الحساب المتجهي في المستوى

مذكرة القواعد

تساوي متجهتين:

تعريف

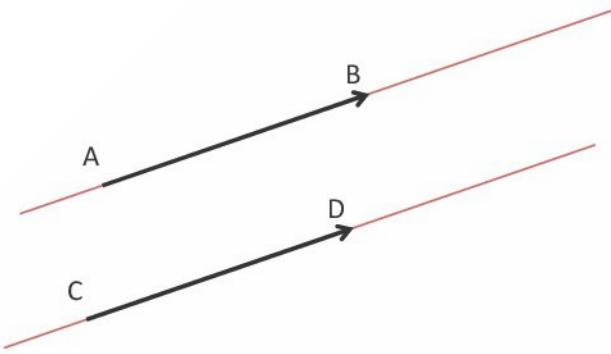
ليكن \vec{CD} و \vec{AB} متجهتين غير منعدمتين.

نقول أن المتجهتين \vec{AB} و \vec{CD} متساويتان إذا كان:

- لهم نفس الاتجاه (أي $(AB) \parallel (CD)$)

- لهم نفس المنحى (أي المنحى $A \mapsto B$ هو نفس المنحى $C \mapsto D$)

- لهم نفس المنظم (أي $AB = CD$)



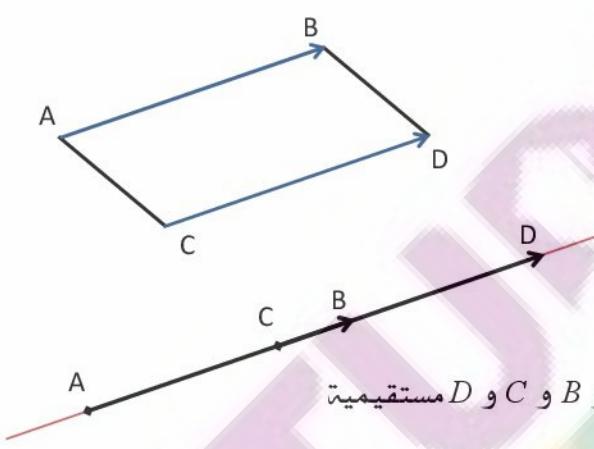
ملاحظة: المتجهة \vec{AA} تسمى المتجهة المنعدمة و ليس لها اتجاه ومنظمها منعدم، نكتب: $\vec{AA} = \vec{0}$

تساوي متجهتين ومتوازي الأضلاع

خاصية

لتكن A و B و C و D نقطتا من المستوى (P) حيث $A \neq D$.

يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع إذا وفقط إذا كان $\vec{AB} = \vec{DC}$

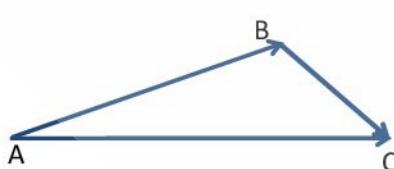
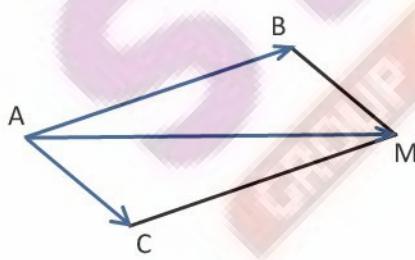


ملاحظة: يمكن أن تكون المتساوية $\vec{AB} = \vec{DC}$ صحيحة والنقط A و B و C و D مستقيمية في هذه الحالة تظل الخاصية صحيحة و يسمى $ABCD$ متوازي أضلاع مبطن

مجموع متجهتين

تعريف

مجموع المتجهتين \vec{AB} و \vec{AC} هو المتجهة \vec{AM} حيث يكون الرباعي $ABMC$ متوازي أضلاع



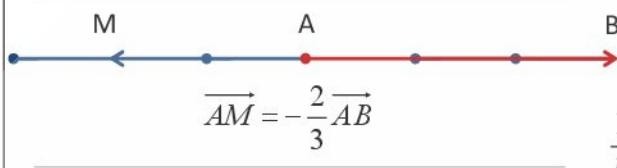
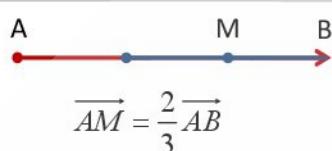
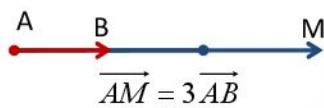
علاقة شال

كيفما كانت النقط A و B و C

فإن: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

ضرب متجه في عدد حقيقي

تعريف



متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي.

جذاء المتجهة \vec{AB} في العدد k هي المتجهة \vec{AM} حيث M نقطة تحقق :

▪ A و B و M نقط مستقيم.

▪ $k > 0$ لهما نفس المنحى في حالة $\vec{AM} = k\vec{AB}$.

▪ $k < 0$ مختلفتا المنحى في حالة $\vec{AM} = -k\vec{AB}$.

ملاحظات:

$$-1 \cdot \vec{AB} = -\vec{AB} = \vec{BA}, \quad 1 \cdot \vec{AB} = \vec{AB}, \quad 0 \cdot \vec{AB} = \vec{0}$$

▪ لا يصح مطلقاً كتابة: $\frac{\vec{AB}}{k}$ بل نكتب: $\frac{1}{k} \vec{AB}$ و $k \cdot \vec{AB}$.

خصائص

مهما تكن المتجهتان \vec{u} و \vec{v} ومهما يكن العددان الحقيقيان a و b , لدينا:

$$a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}, \quad (a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}, \quad a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + b\vec{v}$$

▪ إذا كان: $\vec{u} = \vec{0}$ فإن: $a\vec{u} = \vec{0}$ أو $\vec{u} = \vec{0}$ فإن: $a = 0$

استقامية متجهتين

تعريف

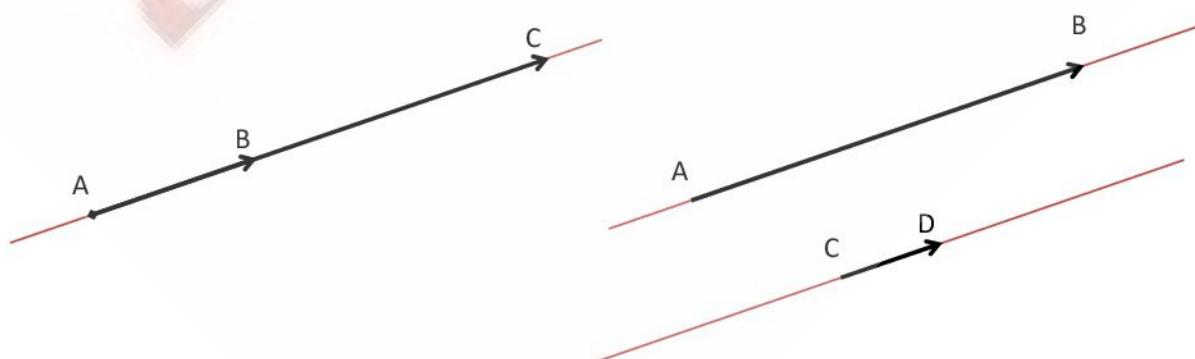
▪ نقول أن المتجهتين \vec{u} و \vec{v} مستقيمتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث: $\vec{u} = k\vec{v}$ أو $\vec{v} = k\vec{u}$.

نتيجة 1

نقول تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{AC} = k\vec{AB}$ أو $\vec{AB} = k\vec{AC}$.

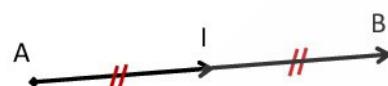
نتيجة 2

يكون لدينا $(AB) \parallel (CD)$ إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث: $\vec{CD} = k\vec{AB}$ أو $\vec{AB} = k\vec{CD}$.



منتصف قطعة

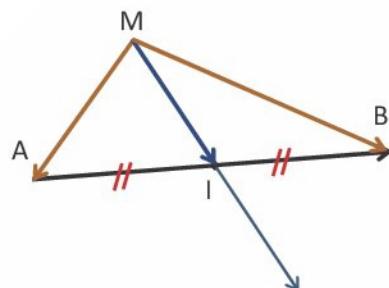
نتيجة 1



$\vec{AI} = \vec{IB}$ يعني $[AB]$ منتصف القطعة I

$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ يعني $[AB]$ منتصف القطعة I

$\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$ يعني $[AB]$ منتصف القطعة I



إذا كانت I منتصف القطعة $[AB]$ وكانت M نقطة من المستوى فإن: $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

نتيجة 2

