

سلسلة 1	أولمبياد الرياضيات	الجدع المشترك العلمي و التكنولوجي
التمارين من اقتراح أذ سمير لخريسي		
تمرين 1 : x عدد حقيقي موجب قطعاً حيث : $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ ، احسب $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$		
تمرين 2 : لتكن a و b و c و d أعداد حقيقية موجبة قطعاً ، بين أن : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$		
تمرين 3 : قارن العددين : $A = 2014(1 + 2 + \dots + 2015)$ و $B = 2015(1 + 2 + \dots + 2014)$		
تمرين 4 : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 8$ و $AC = 6$ احسب شعاع الدائرة المحاطة به		
تمرين 5 : ABCD مربع طول ضلعه $a = 8$ ، I منتصف [DC] ، M نقطة داخله حيث : $AM = BM = IM$ احسب AM		

سلسلة 1	أولمبياد الرياضيات حلول مقترحة	الجدع المشترك العلمي و التكنولوجيا
الحلول من اقتراح أذ سمير لخريسي		
<p style="text-align: right;">تمرين 1:</p> <p>لدينا : $x + \frac{1}{x} = \sqrt{16} = 4$ وبما أن $x > 0$ فإن $x + \frac{1}{x} > 0$ منه : $x + \frac{1}{x} = 4$ $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 14 + 2 = 16$</p> <p>من جديد لدينا : $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$ ، بالتالي ، $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + 2 + \frac{1}{x} = 4 + 2 = 6$</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 2: تذكر بالمتفاوتات الهامة :</p> <p> (لأن $x^2 + y^2 - 2xy = (x - y)^2 \geq 0$) $x^2 + y^2 \geq 2xy$ لكل x و y من IR </p> <p> (لأن $x + y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$) $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ لكل x و y من IR^+ </p> <p> (لأن $x + \frac{1}{x} - 2 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$) $x + \frac{1}{x} \geq 2$ لكل x من IR^+ </p>		
<p>باستعمال المتفاوتة الثانية نجد : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{a}{c}}$ وأيضا $\frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 2\sqrt{\frac{c}{a}}$</p> <p>منه : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{c}} + 2\sqrt{\frac{c}{a}} = 2\left(\sqrt{\frac{a}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a}}\right)$</p> <p>نطبق للمرة الثالثة المتفاوتة الهامة فنجد : $\sqrt{\frac{a}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a}} \geq 2\sqrt{\sqrt{\frac{a}{c}} \times \sqrt{\frac{c}{a}}} = 2$</p> <p>بالتالي : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 3:</p> <p> $B - A = 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2015)$ $= 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2014 + 2015)$ $= 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014 \times 2015$ $= (1 + 2 + \dots + 2014)(2015 - 2014) - 2014 \times 2015$ $= (1 + 2 + \dots + 2014) - (2015 + 2015 + 2015 + \dots + 2015) \text{ (2014 fois)}$ $= (1 - 2015) + (2 - 2015) + (3 - 2015) + \dots + (2014 - 2015) < 0$ </p> <p style="text-align: right;">بالتالي : $B < A$</p>		
<p style="text-align: right;">تمرين 4:</p> <p>لدينا : $S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAB} + S_{OAC}$</p> <p>منه : $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{R \times BC}{2} + \frac{R \times AB}{2} + \frac{R \times AC}{2}$</p> <p>منه : $AB \times AC = R \times BC + R \times AB + R \times AC$</p> <p>منه : $AB \times AC = R(BC + AB + AC)$</p> <p>منه : $R = \frac{AB \times AC}{BC + AB + AC}$</p> <p>وباستعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة على المثلث ABC القائم الزاوية نجد أن : $BC = 10$ ، بالتالي :</p> <p style="text-align: center;">$R = \frac{8 \times 6}{8 + 6 + 10} = \frac{48}{24} = 2$</p>		

