

التكامل	المستوى الدراسي	2 س . ب . علوم
Intégral	المسالك	جميع المسالك
ملخص عام للدرس	المادة	الرياضيات

1. تعريف :

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a; b]$ لدينا : $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ حيث F دالة أصلية للدالة f على $[a; b]$.

2. خصائص :

$$\int_b^a kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \quad ; \quad \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

هذه الخاصية تسمى الخطائية

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \Rightarrow F'(x) = f(x) \quad \text{علاقة شال} \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

3. التكامل والترتيب :

لتكن f دالة متصلة على المجال $[a; b]$ حيث $a < b$ $f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$.

4. القيمة المتوسطة لدالة متصلة :

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a; b]$ ($a \neq b$). العدد الحقيقي $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ يسمى القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[a; b]$. يوجد على الأقل $c \in [a; b]$ بحيث $A = f(c)$.

5. تقنيات حساب التكامل :

- استعمال الدوال الأصلية مباشرة
- كتابة دالة جذرية كمجموع دوال جذرية
- أخطاء دوال مثلثية (صيغة أولير ومثلث باسكال)
- المكاملة بالأجزاء

f و g قابلتين للاشتقاق على $[a; b]$ و f' و g' متصلتان على $[a; b]$.

$$\int_a^b f'(x) g(x) dx = [f(x) g(x)]_a^b - \int_a^b f(x) g'(x) dx$$

6. حساب المساحة والحجم :

أ - المساحات :

• اذا كانت f متصلة وموجبة على $[a;b]$ فان مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و (ox) و $x = a$

$$\text{و } x = b \text{ هي } \int_a^b f(x) dx .$$

• اذا غيرت إشارتها f على المجال $[a;b]$ فان مساحة الحيز هي:

$$A(\Delta) = \left| \int_c^a f(x) dx \right| + \left| \int_d^c f(x) dx \right| + \left| \int_b^d f(x) dx \right|$$

مساحة الحيز بين (C_f) و (C_g) و $x = a$ و $x = b$ هي

$$\left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$$

نتكلم عن المساحة الجبرية والهندسية .

ب الحجم

في معلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ و f متصلة على $[a;b]$. اذا دار المنحنى على محور الافاصيل دورة كاملة فانه يولد مجسم

$$\text{الدوران حجمه هو } V = \int_a^b \pi f^2(x) dx$$