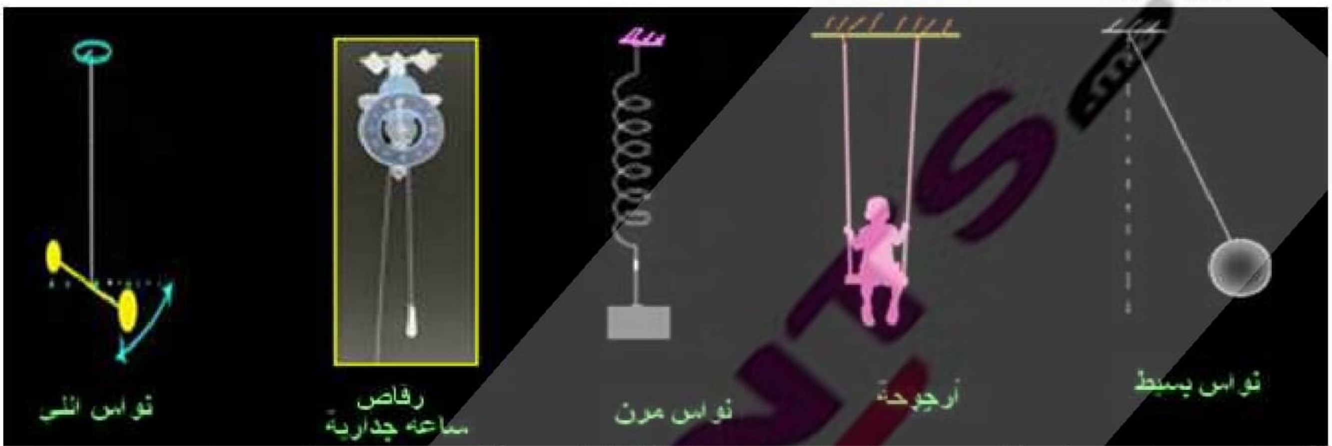
التذبذبات الميكانيكية
Les oscillations mécaniques

I المجموعات الميكانيكية المتذبذبة.

1) أمثلة لبعض المتذبذبات الميكانيكية.

نعطي بعض المجموعات الميكانيكية المتذبذبة :

- النواس البسيط : يتكون من جسم صلب ، كتلته m ، ومرتبط بخيط غير قابل للمد.
- النواس المرن : يتكون من جسم صلب كتلته m مرتبط بطرف نابض صلابته k .
- النواس الوازن: جسم صلب غير قابل للتشويه يمكنه إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت لا يمر بمركز قصوره.
- نواس اللي: يتكون من سلك فلزي قابل للالتواء، مثبت من طرفه العلوي، ويحمل في طرفه السفلي قضيبا متجانسا معلقا من مركز قصوره.

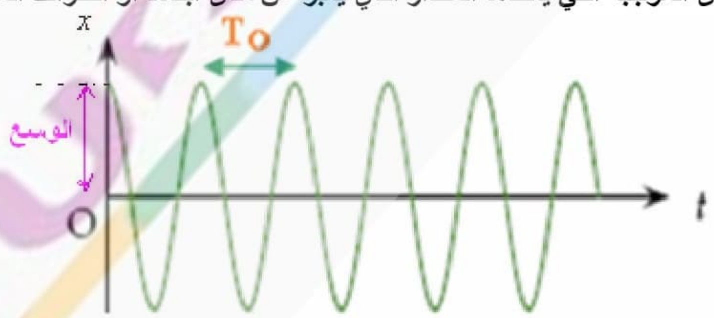


وبصفة عامة ، تعتبر المجموعة متذبذبا ميكانيكيا إذا كانت تنجز حركة تذبذبية (أي حركة ذهاب وإياب) حول موضع التوازن.

2) مميزات الحركة التذبذبية:

كل حركة تذبذبية تتميز بما يلي:

- موضع التوازن المستقر: هو الموضع الذي إذا زحزح عنه المتذبذب يعود إليه ليستقر فيه.
- الدور الخاص : هو مدة انجاز ذبذبة واحدة.(بينما التردد الخاص: عدد الذبذبات المنجزة في الثانية).
- الوسع : هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر.



3-خمود التذبذبات الميكانيكية.

أ- تعريف:

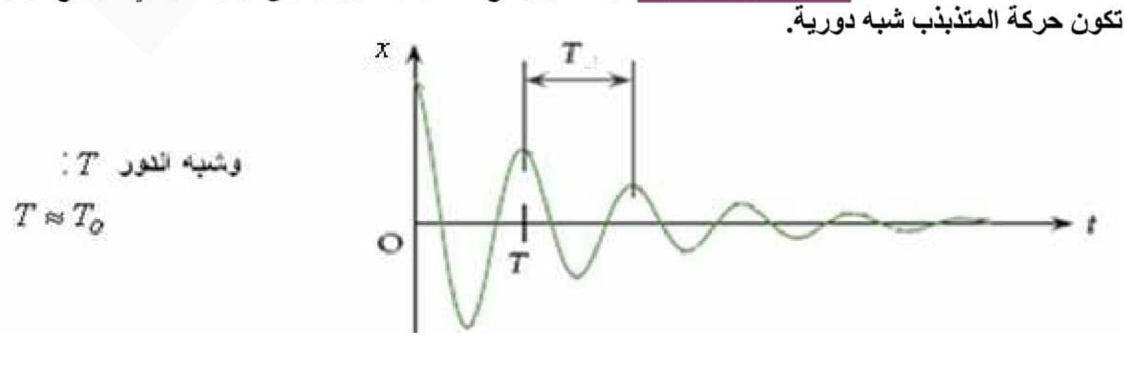
نزيح نواسا مرنا ، عن موضع التوازن المستقر ، ثم نحرر المجموعة ، نلاحظ أن وسع التذبذبات يتناقص إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة . تسمى هذه الظاهرة : ظاهرة الخمود.

تحدث ظاهرة الخمود بسبب الاحتكاكات التي يمكن تصنيفها إلى صنفين :

- احتكاكات مائعة، تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم مائع كالهواء أو الماء.
- احتكاكات صلبة تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم صلب .

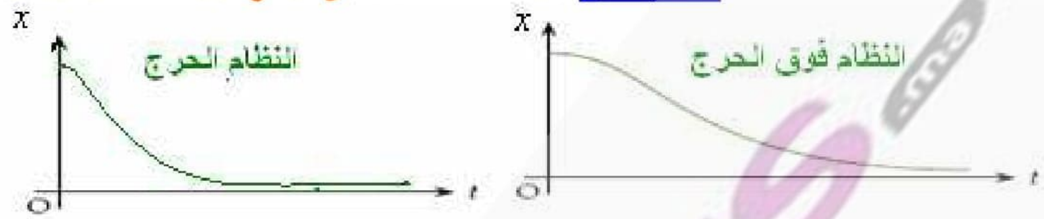
ب) أنظمة خمود التذبذبات الميكانيكية .

- حالة الخمود الضعيف :يتناقص وسع المتذبذب تدريجيا إلى أن يستقر في موضع توازنه المستقر.وبذلك تكون حركة المتذبذب شبه دورية.



●حالة الخمود الحاد:النظام اللادوري.
في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب لا دورية وحسب أهمية الخمود نحصل على الحالات التالية:
▪النظام تحت الحرج: ينجز خلاله المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف . (انظر الشكل)

▪النظام الحرج:يعود خلاله المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب.



▪النظام فوق الحرج: يستغرق خلاله المتذبذب وقتا طويلا لكي يعود إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب.

ملحوظة : لصيانة الحركة التذبذبية نستعمل أجهزة ملائمة تمكن من تعويض الطاقة المبددة وبذلك تصبح الحركة التذبذبية مصانة .
مثلا يمكن صيانة حركة شفرة مهتزة باستعمال كهر مغناطيس.

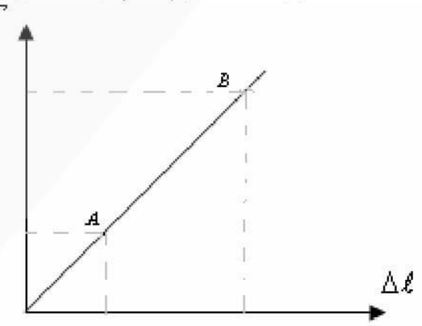
II دراسة مجموعات ميكانيكية متذبذبة.

1) النواس المرن:

ا) الدراسة التجريبية

تحديد صلابة النابض.
شدة القوة المقرونة بتوتر النابض تتناسب اطرادا مع إطالته $\Delta\ell$: $T = K\Delta\ell$ حيث K صلابة النابض، وهي ثابتة تميز النابض ويعبر عنها في النظام العالمي للوحدات ب: N/m والإطالة: $\Delta\ell = l_f - l_o$
ومبيانيا صلابة النابض تساوي المعامل الموجه للمستقيم الذي يمثل تغيرات شدة توتر النابض بدلالة إطالته $\Delta\ell$.

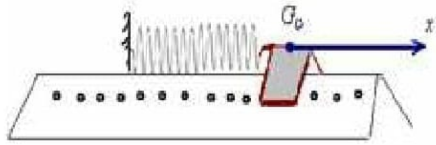
$$K = \frac{\Delta T}{\Delta\ell} = \frac{T_B - T_A}{(\Delta\ell)_B - (\Delta\ell)_A}$$



تحديد العوامل الفيزيائية المؤثرة على الدور الخاص
- نعلق جسما صلبا كتلته m في طرف نابض طوله الأصلي ℓ_o.
-نزيح الجسم رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية.
-بواسطة ميقت نقيس مدة 10 تذبذبات . ثم نحسب الدور الخاص للتذبذبات .
- نغير الكتلة ونقيس من جديد بنفس الطريقة السابقة الدور الخاص للتذبذبات .
- نغير النابض ونقيس من جديد بنفس الطريقة السابقة الدور الخاص للتذبذبات .
نستنتج أن الدور الخاص للتذبذبات يتعلق بصلابة النابض وكتلة الجسم المعلق .

ب) الدراسة التحريكية:(للنواس المرن الأفقي)

●المعادلة التفاضلية:
نعتبر نواسا مرنا أفقيا مكونا من خيال كتلته m مثبت في طرف نابض ذي لفات غير متصلة وموضوع فوق نضد هوائي أفقي كما يبينه الشكل التالي:



بعد تشغيل المعصفة الهوائية، نزيح الخيال أفقيا عن موضع توازنه بمسافة x_m ثم نحرره.فتصبح له حركة تذبذبية غير مخمدة .

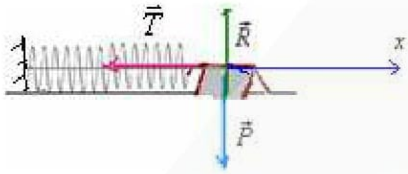
المجموعة المدروسة{الخيال}

جرد القوى : الخيال خلال حركته يخضع للقوى التالية: $\vec{P}$: وزنه .

قوة $\vec{R}$: تأثير النضد الهوائي وهي عمودية على سطح التماس (الاحتكاكات مهملة) .

$\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر النابض $\vec{T} = -K.x.\vec{i}$ ارتداد (تسعى دائما إلى رد الجسم الصلب إلى موضع توازنه المستقر G_O)

بحيث x قيمة جبرية.



تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور ox

$$0 + 0 - Kx = m.a_x$$

$$-Kx = m.\frac{d^2x}{dt^2} \quad \Leftarrow \quad m.\ddot{x} + Kx = 0$$

ويمكن كتابتها كما يلي: $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$ وهي المعادلة التفاضلية للحركة.

K :صلابة النابض و m كتلة الجسم .

•المعادلة الزمنية للحركة:

حل المعادلة التفاضلية : $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$ هو دالة جيبية تكتب كما يلي : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$

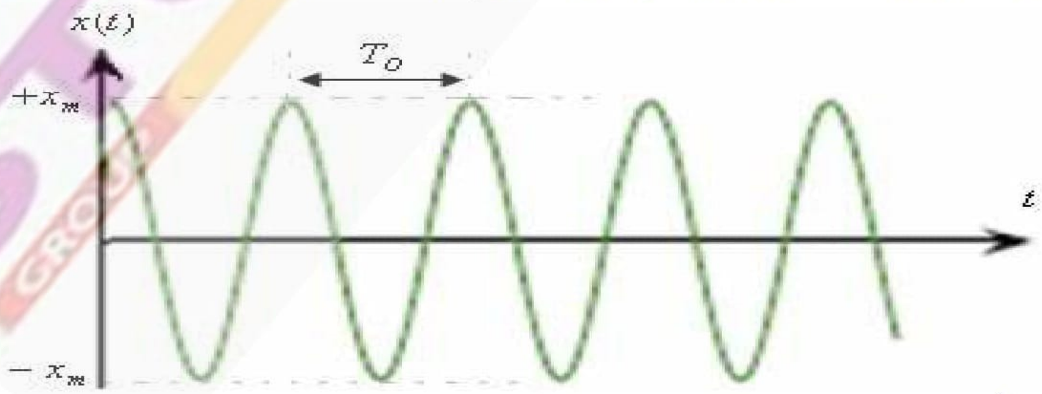
$x(t)$: الاستطالة وهي مقدار جبري ، $-x_m \le x(t) \le +x_m$ يعبر عنها ب (m).

x_m : وسع الحركة وهي الاستطالة القصوية ب (m).

$\omega_o t + \varphi$: طور الحركة التذبذبية عند اللحظة t. وحدته (rad)

φ : طور الحركة عند أصل التواريخ.ب (rad).

ω_o : النبض الخاص ب: rad/s وهو مرتبط مع الدور الخاص T_O بالعلاقة التالية:



ملحوظة: بما أن: $-1 \le \cos(\omega_o t + \varphi) \le +1$

فإن : $-x_m \le x_m\cos(\omega_o t + \varphi) \le +x_m$

أي : $-x_m \le x(t) \le +x_m$

•النبض الخاص والدور للنواس المرن:

بما أن : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ هو حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$.

نبحث عن المشتقة الثانية ل: x ثم نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\dot{x}(t) = -\omega_o x_m \sin(\omega_o t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_o^2 \underbrace{x_m \cos(\omega_o t + \varphi)}_{x(t)} = -\omega_0^2 . x(t)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح كما يلي:

$\Leftarrow -\omega_o^2 x + \frac{K}{m} x = 0$ النبض الخاص $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ولدينا : $T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

الدور الخاص للنواس المرن : $T_O = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ وهو يتعلق بكتلة الجسم وصلابة النابض الشيء الذي يتطابق مع نتائج الدراسة التجريبية.

ج) تطبيق رقم 1: النواس المرن الرأسي

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من نابض صلابته $K = 20N/m$ وجسم صلب كتلته S $m = 200g$.

نزيح الجسم S رأسيا نحو الأسفل عن موضع توازنه ب $3cm$ ثم نحرره بدن سرعة بدئية.

نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ رأسيا موجها نحو الأسفل أصله 0 منطبق مع مركز قصور الجسم S عند التوازن G_O.

عند اللحظة $t = 0$ يمر الجسم من موضع توازنه المستقر G_O في المنحى الموجب.

1) أوجد إطالة النابض $\Delta\ell_o$ عند التوازن .
2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .
4) احسب الدور الخاص لحركة المتذبذب.

نعطي : $g = 10N/Kg$

---

1) المجموعة المدروسة { الجسم S }

جرد القوى : الجسم عند التوازن يخضع للقوى التالية:
- $\vec{P}$: وزن الجسم .
- $\vec{T}_O$: القوة المقرونة بتوتر الخيط عند التوازن.شدتها $T_O = K\Delta\ell_O$

من خلال شرط الوازن لدينا : $T_O = P = m.g$ أي: $mg - K\Delta\ell_O = 0$ هذه العلاقة تعبر عن شرط التوازن.

ومنه إطالة النابض عند التوازن هي: $\Delta l_o = \frac{m.g}{K} = \frac{0,2Kg.10N/Kg}{20N/m} = 0,1m = 10cm$

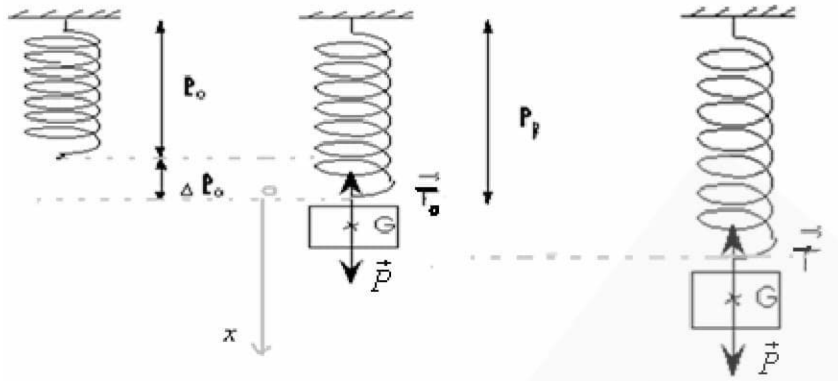
2) تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

خلال حركته يخضع الجسم S للقوى التالية:
- $\vec{P}$: وزن الجسم
- $\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر الخيط خلال التذبذب. $\vec{T} = -K(\Delta\ell_0 + x)\vec{i}$

العلاقة : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ تكتب كما يلي : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$

$$(2)\quad \vec{P} - K(\Delta\ell + x)\vec{i} = m.\vec{a}_G$$

نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ موجها نحو الأسفل أصله o. منطبق مع الطرف السفلي للنابض عند التوازن (انظر الشكل)



بإسقاط العلاقة (2) على المحور (o,x) نحصل على :

$$+P - K(\Delta l_o + x) = m.a_x$$
$$mg - K\Delta l_o - Kx = m.\ddot{x}$$

وبما أنه من خلال شرط التوازن $mg - K\Delta\ell_O = 0$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$-Kx = m.\ddot{x}$ أي: $\ddot{x} + \dfrac{K}{m}x = 0$ المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن الراسي.

3) حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي : $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

من خلال المعطيات لدينا : $x_m = 3cm$

ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند اللحظة $t = o$ ، $x = o$ إذن : $o = x_m \cos\varphi$ $\Leftarrow$ $\cos\varphi = 0$ $\Leftarrow$ $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$ وبما انه عند

اللحظة $t = o$ يمر الجسم من موضع توازنه في المنحى الموجب $v > o$ عند هذه اللحظة

وبما أن : $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ فإن : $v = \dot{x} = -x_m\omega_o \sin(\omega_o .t + \varphi)$

وعند $t = 0$ لدينا $v = -x_m\omega_o \sin\varphi > 0$ $\Leftarrow$ $\sin\varphi < 0 \Leftarrow \varphi < 0$ إذن : $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

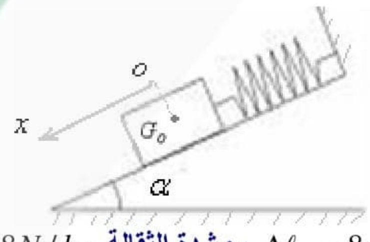
وبالتالي : $x(t) = 3.10^{-2}\cos(\omega_o .t - \dfrac{\pi}{2})$

4)النبض الخاص : $\omega_o = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{20}{0,2}} = \sqrt{100} = 10rad/s$

الدور الخاص: $T_O = \dfrac{2\pi}{\omega_o} = \dfrac{2\pi}{10}0,628s = 628ms$

د) تطبيق رقم 2: النواس المرن المائل.

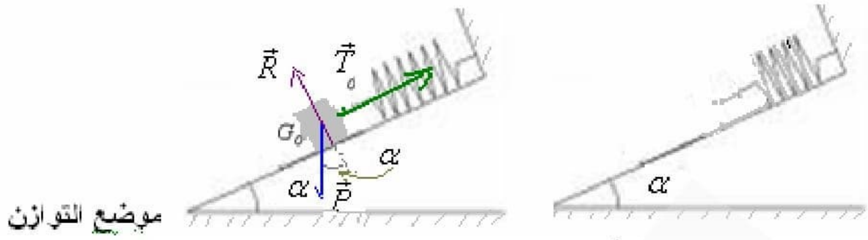
جسم صلب كتلته $m = 100g$ بإمكانه أن ينزلق بدون احتكاك فوق نضد هوائي ، مائل بزاوية $\alpha = 10°$ بالنسبة للمستوى الأفقي.
هذا الجسم مرتبط بنابض كما يبينه الشكل التالي:



علما أن إطالة النابض عند التوازن $\Delta\ell_o = 8cm$ ، وشدة الثقالة $g = 9,8N/kg$.

1)أوجد إطالة النابض.
2) نزيح الجسم الصلب عن موضع توازنه المستقر نحو الأسفل ب: $3cm$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية .
2-1)أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
2-2: علما أن مركز قصور الجسم يمر، عند اللحظة $t = 0$ من النقطة ذات الأفصول $x = +1,5cm$ ومنه : في المنحى الموجب .
أوجد المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية .
2-3) احسب الدور الخاص للحركة التذبذبية.

الإجابة:
1)دراسة التوازن:



عند التوازن ، يخضع الجسم الصلب للقوى التالية :

$\vec{P}$: **وزنه .**

$\vec{R}$: **القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.**

$\vec{T}_O$: **القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها:** $T_O = k.\Delta\ell_o$.

لدينا عند التوازن : $\vec{P} + \vec{T}_O + \vec{R} = \vec{0}$

بالإسقاط على المحور ox :

$\Leftarrow + P\sin\alpha - T_O + 0 = 0$ $\quad$ $m.g.\sin\alpha - k.\Delta\ell_o = 0$ **وهو شرط التوازن .**

ومنه : $$k = \frac{m.g.\sin\alpha}{\Delta\ell_o} = \frac{0{,}1kg \times 9{,}8N.kg^{-1} \times \sin 10}{8\times10^{-2}\,m} \approx 2{,}13N/m$$

(2

1-2) خلال الحركة التذبذبية يخضع الجسم الصلب للقوى التالية:

$\vec{P}$: **وزنه .**

$\vec{R}$: **القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.**

$\vec{T}$: **القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها:** $\vec{T} = -k(x + \Delta\ell_o)\vec{i}$.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة السابقة على المحور ox.

$$+P\sin\alpha + 0 - k(x + \Delta\ell_0) = m.a_x$$

أي: $mg.\sin\alpha - k.x - k\Delta\ell_o = m.\ddot{x}$ **(2)**

ومن خلال شرط الوازن لدينا : $m.g.\sin\alpha - k.\Delta\ell_o = 0$ **إذن العلاقة (2) تصبح :** $-k.x = m.\ddot{x}$ $\Leftarrow$

$m.\ddot{x} + k.x = 0$ **أي:** $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

2-2) المعادلة الزمنية للحركة:

حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$ **هي عبارة عن دالة جيبية على الشكل :** $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$

مع : $x_m = 3cm = 3\times10^{-2}m$

النبض الخاص : $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}13}{0{,}1}} = 4{,}61rad/s$

إذن الحل يصبح : $x = 3\times10^{-2}.\cos(4{,}61.t + \varphi)$

تحديد الطور φ **عند أصل التواريخ : من خلال الشروط البدئية لدينا : عند اللحظة** $t = 0$ ، $x = +1{,}5cm = 1{,}5\times10^{-2}m$.

بالتعويض في الحل السابق : $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$ **نحصل على :** $1{,}5\times10^{-2} = 3\times10^{-2}.\cos(\varphi)$

ومنه : $\cos\varphi = 0{,}5$ $\Leftarrow$ $\varphi = \cos^{-1}(0{,}5) = \pm\frac{\pi}{3}$

وبما أن الجسم يمر من هذه النقطة عند أصل التواريخ في المنحى الموجب ، فإن $v > 0$ **.(عند** $t = 0$**).**

لدينا : $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$

إذن : $v = \dot{x} = -x_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t + \varphi)$

وعند $t = o$ ، $v = \dot{x} = -x_m.\omega_o.\sin\varphi > 0$ $\Leftarrow$ $\sin\varphi < 0$ $\Leftarrow$ $\varphi < 0$

إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ **وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي :** $x = 3\times10^{-2}.\cos(4{,}61.t - \frac{\pi}{3})$

3-2) الدور الخاص :

$$T_O = \frac{2.\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1,36s$$

2) نواس اللي: (خاص بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية)

ا) الدراسة التجريبية:

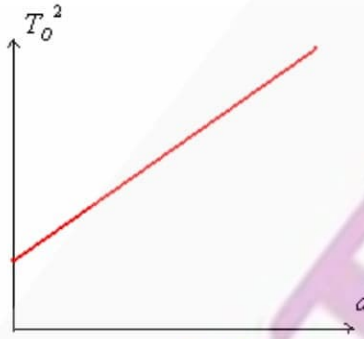
في المرحلة الأولى: دراسة تأثير ثابتة اللي C .

نستعمل نواسا للي ، ندير القضيب أفقيا حول المحور Δ الرأسي (المار من مركز القصور G للقضيب)، ثم نحرره بدون سرعة بدئية .
وباستعمال ميقت نقيس دور التذبذبات. ثم نعوض السلك بسلك آخر ونعيد التجربة.
من خلال هذه الدراسة نستنتج أن دور التذبذبات يتعلق بثابتة اللي للسلك المستعمل.

في المرحلة الثانية: دراسة تأثير عزم قصور المجموعة الصلبة العلقة في طرف السلك.

نحتفظ بنفس السلك ونثبت السحمتين على القضيب على نفس المسافة d من المحور Δ .ثم ندير المجموعة أفقيا بزاوية θ ونحررها بدون سرعة بدئية.ونقيس الدور الخاص للحركة التذبذبية.

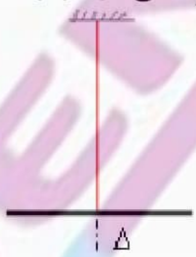
نعيد التجربة مع تغيير موضعي السحمتين (أي تغيير المسافة d). نرسم المنحنى الذي يمثل تغيرات مربع الدور الخاص $T_O{}^2$ بدلالة d^2 .
نحصل على منحنى على الشكل التالي:



ب) الدراسة النظرية:(لنواس اللي)

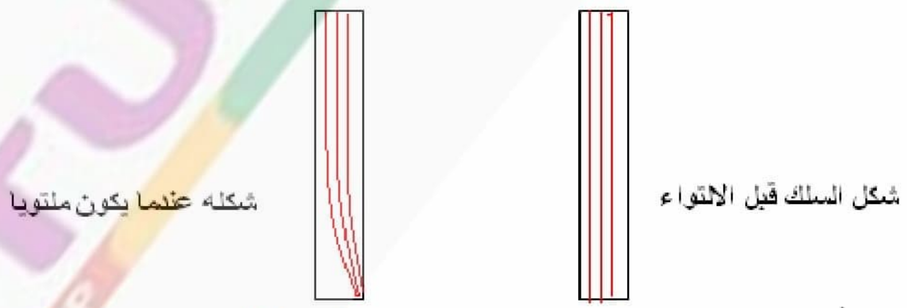
●مفهوم عزم مزدوجة اللي:

يتكون نواس اللي من سلك فلزي قابل للي ومن قضيب معدني معلق من مركز قصوره بأحد طرفي السلك .



عندما ندير القضيب أفقيا حول المحور Δ الرأسي بزاوية θ_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية . نلاحظ أنه ينجز حركة تذبذبية دورانية حول موضع التوازن مما يدل على أن السلك الملتوي يؤثر عليه.

وهذا التأثير ناتج عن مجموع قوى اللي التي يسلطها السلك عندما يكون ملتويا.



مجموع قوى اللي لها نفس خاصيات مزدوجة قوتين و نقرن بها مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي.
وبذلك ، كل سلك قابل للي ، عندما يكون ملتويا ، يسلط مزدوجة اللي التي تقاوم التوائه والتي تسعى إلى إرجاع السلك إلى وضعيته البدئية.
ونرمز لعزم مزدوجة اللي ب: M_t (وهي مزدوجة ارتداد).

وتبين التجربة أن عزم مزدوجة اللي تتناسب إطردا مع زاوية الالتواء، ومعامل التناسب بينهما ثابتة تميز السلك وتسمى : ثابتة اللي ونرمز إليها ب: C .

$$M_t = -C.\theta$$

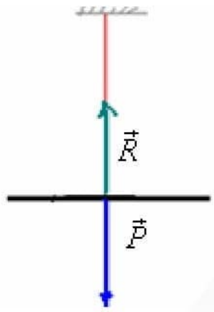
بحيث :

M_t : عزم مزدوجة اللي ب: $M.m$
C : ثابتة اللي ب : $N.m/rad$
θ : زاوية التواء السلك ب: rad
والإشارة (-) تدل على أن عزم مزدوجة اللي عزم ارتداد.

ملحوظة : تتعلق ثابتة اللي بنوعية السلك المستعمل وبطوله ومساحة مقطعه.

●المعادلة التفاضلية:

ندير قضيب نواس اللي بزاوية θ_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية. فتصبح له حركة تذبذبية . وفي غياب الاحتكاكات تبقى التذبذبات مصونة.



المجموعة المدروسة{القضيب}
جرد القوى: القضيب خلال الحركة يخضع للقوى التالية:

- $\vec{P}$: وزنه.
- $\vec{R}$: تأثير السلك .
- قوى اللي ذات العزم : $M_t = -C.\theta$

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب: $\Sigma M_\Delta \vec{F} = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي: $M_\Delta \vec{P} + M_\Delta \vec{R} + M_t = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$M_\Delta \vec{P} = 0$ و $M_\Delta \vec{T} = 0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

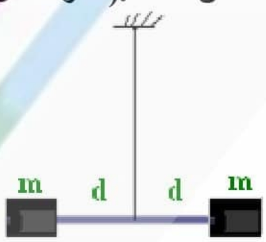
إذن : $0 + 0 - C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أي: $J_\Delta.\ddot{\theta} + C\theta = 0$ ومنه : $\ddot{\theta} + \dfrac{C}{J_\Delta}\theta = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.

حل هذه المعادلة دالة جيبية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

نبضها الخاص: $\omega_o = \sqrt{\dfrac{C}{J_\Delta}}$ ب: rad/s و دوره الخاص $T_O = \dfrac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{C}}$ **(1)**

ملحوظة: إذا كان القضيب يحمل سحمتين مماثلتين لهما نفس الكتلة .(أنظر الشكل)

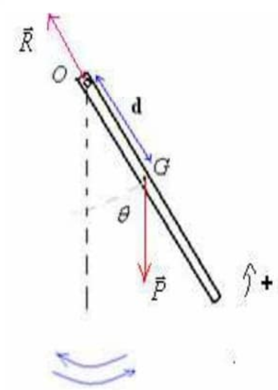


عزم قصوره : $J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$ مع : J_Δ :عزم القضيب.ودوره الخاص: $T'_o = 2.\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta + 2.m.d^2}{C}}$ **(2)**

3) النواس الوازن: (خاص بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية)

أ- المعادلة التفاضلية للحركة :

نزيح النواس الوازن عن موضع توازنه ونحرره بدون سرعة بدئية . ونمعلم موضع المجموعة في كل لحظة بالزاوية θ التي يكونها OG مع المستقيم الرأسي المار من O.



خلال حركته يخضع النواس الوازن للقوى التالية :

- $\vec{P}$: وزنه .
- $\vec{R}$: تأثير محور الدوران :

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك: $\Sigma M_{\Delta}\vec{F} = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

أي: $M_{\Delta}\vec{P} + M_{\Delta}\vec{R} = J_{\Delta}.\ddot{\theta} \quad \Leftarrow \quad -P.d.\sin\theta + 0 = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

أي : $\ddot{\theta} + \dfrac{mg.d}{J_{\Delta}}\sin\theta = 0$ (**وهي المعادلة التفاضلية لكنها غير خطية عزم الوزن لا يتناسب مع** θ)

الحل ليس بدالة جيبية باستثناء حالة التذبذبات الصيغرة $\theta < 15°$ **. حيث يمكننا أن نكتب بتقدير مقبول :** $\sin\theta \approx \theta$

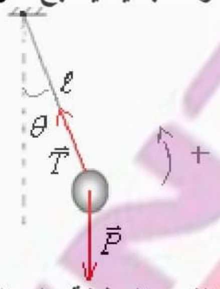
و تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي: $\ddot{\theta} + \dfrac{mg.d}{J_{\Delta}}\theta = 0$ **النبض الخاص :** $\omega_o = \sqrt{\dfrac{mg\ell}{J_{\Delta}}}$

حل هذه الأخيرة دالة جيبية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

تعبير الدور الخاص لنواس وازن **في حالة التذبذبات الصغيرة يكتب كما يلي :** $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_{\Delta}}{m.g.d}}$

3) النواس البسيط: (خاص بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية)

عند إزاحته عن موضع توازنه وتحريره بدون سرعة بدئية يصبح النواس البسيط في حركة تذبذبية .



جرد القوى المطبقة على الكرية .

$\vec{P}$ **: وزن الكرية.**

$\vec{T}$ **: القوة المطبقة من طرف الخيط.**

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك: $\Sigma M_{\Delta}\vec{F} = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ **مع :** $J_{\Delta} = m.\ell^2$

$$M_{\Delta}\vec{P} + M_{\Delta}\vec{T} = J_{\Delta}.\ddot{\theta} \quad \Leftarrow \quad -P.\ell.\sin\theta + 0 = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

$$-mg.\ell.\sin\theta + 0 = m.\ell^2.\ddot{\theta}$$

بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير: $-mg.d.\theta = m.\ell^2.\ddot{\theta}$ **أي :** $\ddot{\theta} + \dfrac{g}{\ell}\theta = 0$

$$\Leftarrow \quad \omega_o = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \Leftarrow \quad T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

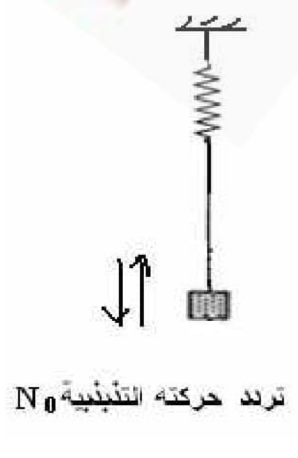
III ظاهرة الرنين الميكانيكي:

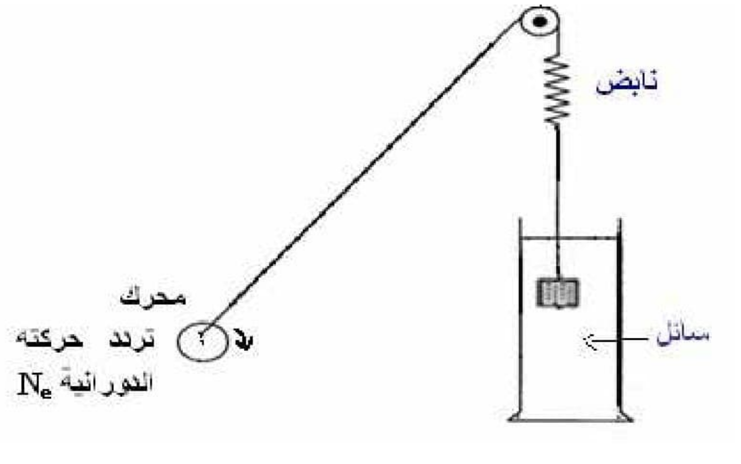
1) التذبذبات القسرية :

تؤثر الاحتكاكات على التذبذبات الميكانيكية فتصبح حركتها مخمدة . ويمكن صيانتها بتعويض الطاقة المبددة بكيفية تتناسب مع طبيعة المتذبذب.

بحيث يتم ربط المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة لكي تصير حركته مصونة . هذا الجهاز يسمى بالمثير (Excitateur) ، وهو مجموعة ذات حركة تذبذبية تفرض دورها T_e **على المجموعة المتذبذبة (الرنان)** *résonateur* **الذي تصبح تذبذباته قسرية .**

2) أمثلة لبعض التذبذبات القسرية: أ)المثال الاول:





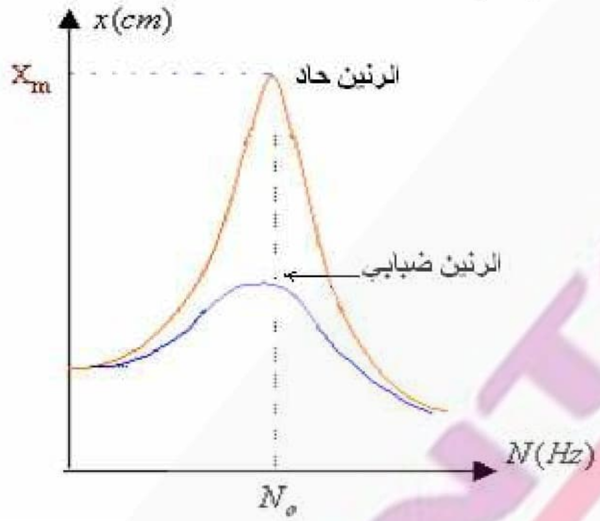
في هذا التركيب، النواس المرن يلعب دور الرنان تردده الخاص N_O بينما المحرك هو المثير تردده N_e .

يتم ربط المتذبذب الميكانيكي مع المحرك الذي يمنحه الطاقة اللازمة لكي تصير حركته مصونة وبذلك يصبح مجبرا على التذبذب بتردد يفرضه المحرك. عند تغيير تردد المحرك نحصل على أقصى وسع لتردد الرنان عندما نضبط تردد المثير (المحرك) على قيمة توافق التردد الخاص للرنان (النواس المرن) . $N_o = N_e$ نقول أن المجموعة في حالة رنين. الدور الخاص للرنان(النواس المرن) هو : $T_O = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

وتردده الخاص هو مقلوب الدور الخاص.

ملحوظة : كلما كان الخمود ضعيفا كلما كانت ظاهرة الرنين بارزة فنحصل على الرنين الحاد الذي يتجلى في كون وسع التذبذبات القسرية يأخذ قيمة كبيرة عند الرنين.

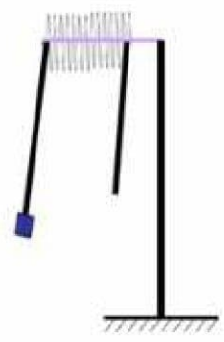
وفي حالة الخمود القوي يكون الرنين ضبابيا بحيث يصبح وسع التذبذبات القسرية عند الرنين صغيرا.



ب) المثال الثاني:

يتكون هذا الجهاز من نواسين وازنين يربط بينهما على مستوى محور دورانهما المشترك نابض حلزوني .النواس الذي يحمل السحمة هو المثير.عندما نزيحه عن موضع توازنه ثم نحرره يتذبذب ويجبر النواس الثاني على التذبذب بترد مساو لتردده ، تقول أن تذبذبات هذا الأخير أصبحت قسرية.وبتغير تردد الرنان نحصل على الرنين عندما يصبح للنواسين نفس التردد .

في غياب هذا الجهاز يمكن استعمال نواسين وازنين وربطهما بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة كما يبينه الشكل التالي:



لا تنسونا بأدعيتكم الصالحة ونسأل الله لكم التوفيق .