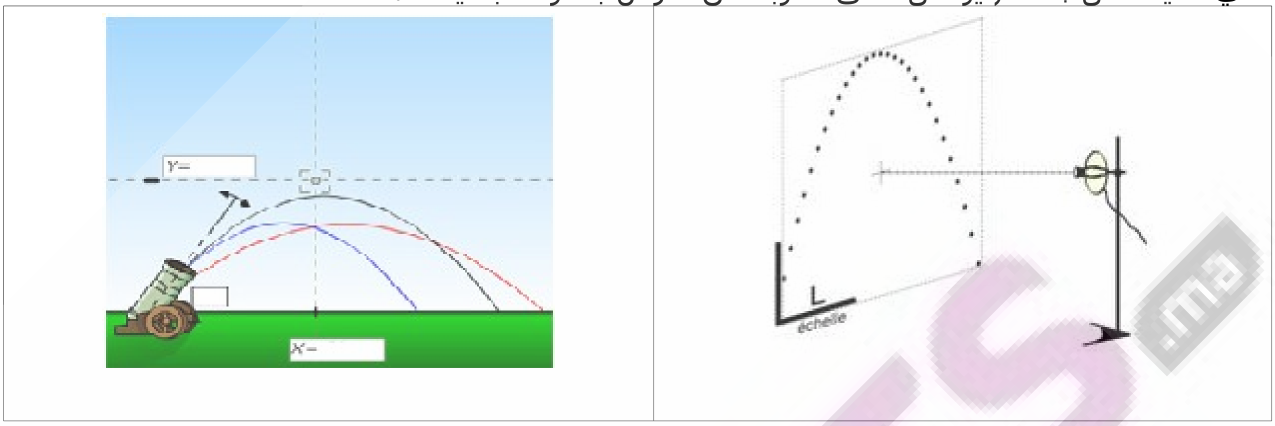
الجزء الرابع : المـــيـــكــــانيـــك La mécanique

الوحدة 3 : تطبيقات القانون الثاني لنيوتن

A : حركة قديفة في مجال الثقالة المنتظم

تقديم :

نسمي قديفة كل جسم يرسل على مقربة من الأرض بسرعة بدئية $\vec{V}_0$.

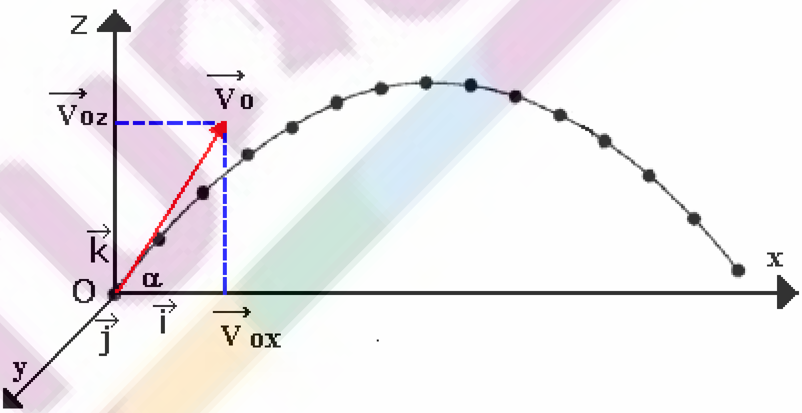


لتبسيط الدراسة، نهمل قوى الاحتكاك مع الهواء، ونعتبر القديفة خاضعة لوزنها فقط، أي أن حركتها حركة سقوط حر.

1. الدراسة النظرية لحركة قديفة ذات سرعة بدئية ما داخل مجال الثقالة

نقدف من النقطة O ، قديفة ذات كتلة m بسرعة بدئية. تكون متجهة سرعتها البدئية $\vec{V}_0$ زاوية α مع المستوى الأفقي تسمى بزاوية القدف.

في معلم متعامد و ممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي و الذي نعتبره غاليليا، نمعلم مواضع G مركز قصور القديفة في كل لحظة بإحداثياتها في المعلم R.



1.1 متجهة تسارع حركة القديفة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القديفة نكتب :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{g} = \vec{a}_G$$

أثناء السقوط الحر لقديفة بسرعة بدئية غير رأسية، تساوي متجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور القديفة متجهة مجال الثقالة $\vec{g}$.

1. 2. متجهة السرعة للقديفة :

إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_G$ في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$\begin{pmatrix} \dfrac{dV_x}{dt}=0 \\ \dfrac{dV_y}{dt}=0 \\ \dfrac{dV_z}{dt}=-g \end{pmatrix} \quad \text{التكامل} \Leftarrow \quad \begin{pmatrix} V_x=C_1 \\ V_y=C_2 \\ V_z=-g.t+C_3 \end{pmatrix}$$

تحدد الثوابت C_1، C_2، و C_3 انطلاقا من الشروط البدئية.

توجد متجهة السرعة البدئية $\vec{V}_0$ في المستوى (xoz) بحيث :

$$\vec{V}_0\begin{pmatrix} V_{0x}=V_0\cos\alpha \\ V_{0y}=0 \\ V_{0z}=V_0\sin\alpha \end{pmatrix} \quad \text{ومنه} \quad \begin{pmatrix} C_1=V_0\cos\alpha \\ C_2=0 \\ C_3=V_0\sin\alpha \end{pmatrix}$$

اثناء السقوط الحر بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ توجد في المستوى الراسي $(O,\vec{i},\vec{k})$ لمعلم متعامد و ممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، وتكون زاوية α مع المحور $(O,\vec{i})$ ، تكون إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_G$ لمركز قصور القديفة في المعلم R هي :

$$\vec{V}_G\begin{pmatrix} V_x=V_0\cos\alpha \\ V_y=0 \\ V_z=-g.t+V_0\sin\alpha \end{pmatrix}$$

1. 3. المعادلات الزمنية للحركة

لدينا :

$$\begin{pmatrix} V_x=V_0\cos\alpha=\dfrac{dx}{dt} \\ V_y=0=\dfrac{dy}{dt} \\ V_z=-g.t+V_0\sin\alpha=\dfrac{dz}{dt} \end{pmatrix} \quad \text{التكامل} \Leftarrow \quad \begin{pmatrix} x=(V_0\cos\alpha)t+C_4 \\ y=C_5 \\ z=-\dfrac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha)t+C_6 \end{pmatrix}$$

في اللحظة $t_0 = 0$ يوجد مركز قصور القديفة في النقطة O، إذن $x_0 = 0$، و $y_0 = 0$، و $z_0 = 0$ وبالتالي : $C_4 = 0$، و $C_5 = 0$ و $C_6 = 0$.

أثناء السقوط الحر بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ توجد في المستوى الراسي $(O,\vec{i},\vec{k})$ لمعلم متعامد و ممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، وتكون زاوية α مع المحور $(O,\vec{i})$ ، تكون إحداثيات مركز قصور القديفة في المعلم R هي :

$$\begin{pmatrix} x=(V_0\cos\alpha)t+(1) \\ y=0 \\ z=-\dfrac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha)t+(2) \end{pmatrix}$$

- $y = 0$، أي أن حركة مركز قصور القديفة تتم في المستوى الرأسي $(O,\vec{i},\vec{k})$ للمعلم R، وبالتالي فإن الحركة مستوية.
- على المحور $(O,\vec{i})$ ، حركة مركز قصور القديفة G مستقيمية منتظمة.
- على المحور $(O,\vec{k})$ ، حركة مركز قصور القديفة G مستقيمية متغيرة بانتظام.

2. معادلة المسار

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيتي النقطة المتحركة G. وللحصول على هذه المعادلة نقصي المتغير t بين x و z :

من المعادلة (1)، نستخرج t :

$$t=\frac{x}{V_0\cos\alpha}$$

نعوض t في المعادلة (2)، فنحصل على العلاقة :

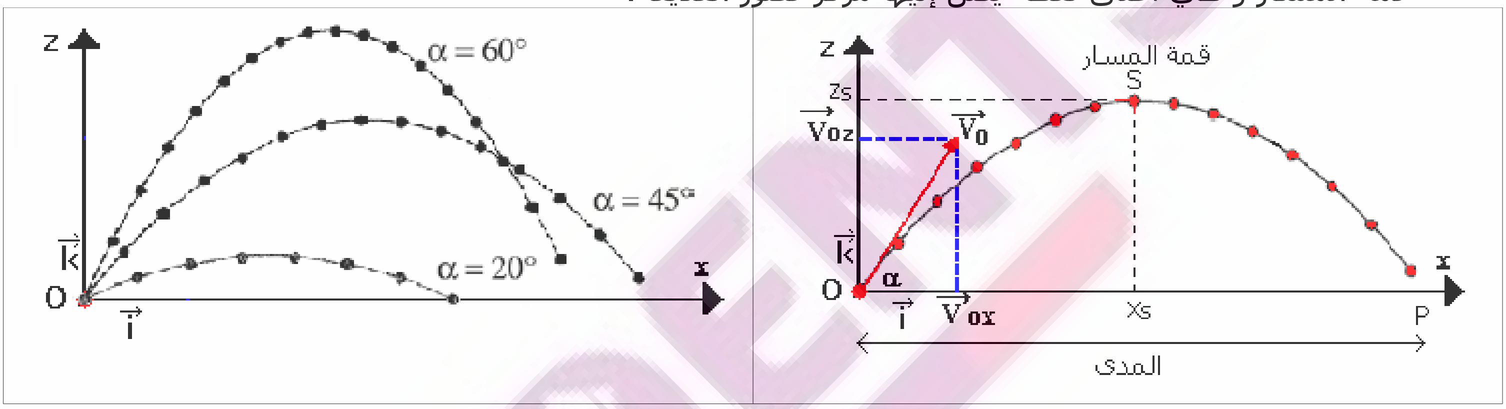
$$\boxed{z=-\frac{g}{2V_0^2\cos^2}x^2+(\tan\alpha)x}$$

مسار مركز قصور القديفة G في سقوط حر بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ غير رأسية هو مقطع من شلجم ينتمي إلى المستوى الرأسي الذي يحتوي على المتجهة $\vec{V}_0$.

3. بعض مميزات المسار

3. 1. قمة المسار S :

قمة المسار و هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القديفة.



لتكن S قمة المسار، لدينا :

$\frac{dz}{dt}=0$ بالنسبة لـــ : x = xs

$$-g\,t_S+V_0\sin\alpha=0\Rightarrow t_S=\frac{V_0\sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلة الزمنية (x = f(t لحركة مركز قصور القديفة فنحصل على :

$$x_S=\frac{V_0^2}{g}\cos\alpha\sin\alpha=\frac{V_0^2}{2g}sin2\alpha$$

نعوض في معادلة المسار :

$$z_S=\frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

و هكذا نجد إحداثيات S

$$x_S=\frac{V_0^2\sin2\alpha}{2g}\quad \text{و} \quad z_S=\frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان $\alpha=\frac{\Pi}{2}$ ، أي أن حالة إرسال القديفة رأسيا نحو الأعلى.

3. 2. المدى P

هي المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القديفة لحظة انطلاقها و الموضع P للنقطة G أثناء سقوطها بحيث تنتمي P على المحور الأفقي الذي يشمل G_0.

ليكن x_P و z_P إحداثيات النقطة P، لدينا :

$$z_P = 0$$

نعوض في معادلة المسار فنكتب :

$$z_P = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2}x_P^2 + (\tan\alpha)x_P = 0 \Rightarrow x_P = \frac{2V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2 sin2\alpha}{g}$$

3.3. تحديد زاوية القدف :

$$z_M = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2}x_M^2 + (\tan\alpha)x_M = \frac{-g\,x_M^2}{2V_0^2}(1+\tan^2\alpha) + x_M\tan\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{g\,x_M^2}{2V_0^2}.\tan^2\alpha - x_M\tan\alpha + \frac{gx_M^2}{2V_0^2} + z_M = 0$$

نضع $X = \tan\alpha$

نحصل على معادلة من الدرجة الثانية :

$$AX^2 - BX + C = 0$$

$$\left(A = \frac{g\,x_M^2}{2V_0^2}; B = x_M \text{ و } C = \frac{gx_M^2}{2V_0^2} + z_M\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{pmatrix}\alpha_1 = ?\\ \alpha_2 = ?\end{pmatrix} \Leftarrow \begin{pmatrix}\tan\alpha_1 = ?\\ \tan\alpha_2 = ?\end{pmatrix}$$

B. حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم

1. المجال الكهرساكن المنتظم :

نعتبر صفيحتين فلزيتين A و B مستويتين و متوازيتين. عند تطبيق توتر $U_{AB} = V_A - V_B$، يحدث مجال كهرساكن منتظم $\vec{E}$ ، إتجاهه عمودي على الصفيحتين ومنحاه نحو الجهد الأصغر حيث لدينا في كل نقطة من المجال

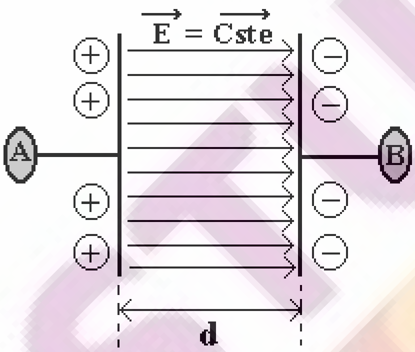
$$U_{AB} = \vec{E}.\vec{AB} = E \times d$$

$$\Leftrightarrow E = \frac{U_{AB}}{d}$$

وحدة المجال الكهرساكن E هي $\frac{V}{m}$

كل دقيقة مشحونة وجدت داخل هذا المجال تخضع لقوة كهرساكنة ثابتة حيث :

$$\vec{F} = q \times \vec{E} = \vec{Cste}$$

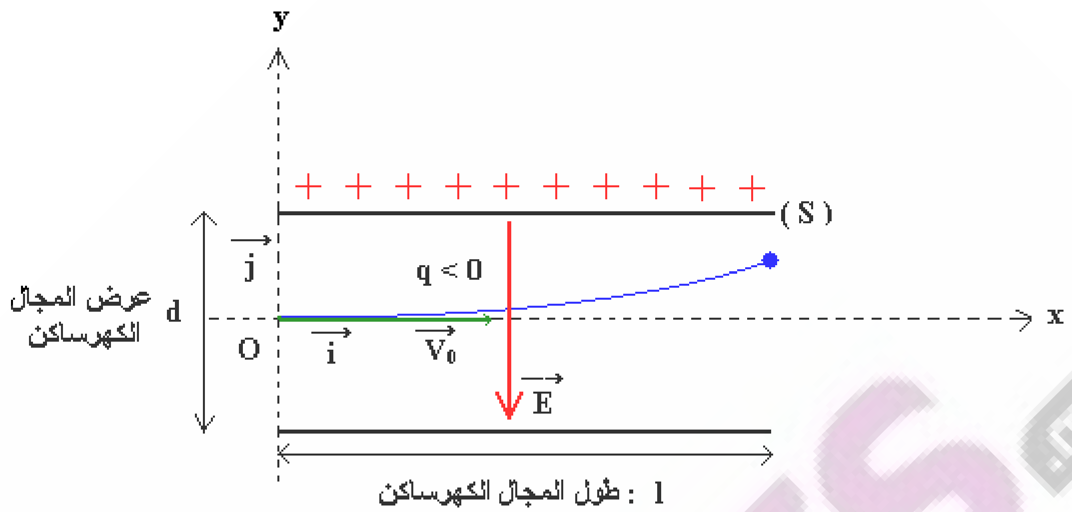


2. الدراسة التجريبية لحركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم :

- يبعث مدفع الإلكترونات حزمة إلكترونات متساوية السرعة في أنبوب مفرغ من الهواء. في غياب المجال الكهرساكن بين الصفيحتين نلاحظ أن حركة الإلكترونات المنبعثة تتميز بمسار مستقيمي.
- عندما نحدث مجالا كهرساكنا بين الصفيحتين P و N نلاحظ إنحراف كتلة الإلكترونات نحو الصفيحة الموجبة وفق مسار شلجمي ومستوي

3. الدراسة النظرية للحركة:

نختار معلما $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامدا و ممنظما مرتبط بالأرض أصله منطبق مع نقطة دخول الدقيقة في المجال الكهرساكن.



أ - مميزات التسارع :

تخضع الإلكترونات إلى القوى التالية :

$\vec{F}=q.\vec{E}$: القوة الكهرساكنة

$\vec{P}$: وزنها الذي نعتبره مهمل أمام القوة الكهرساكنة.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، لدينا :

$$\sum \vec{F}_{ext}=m.a$$
$$\vec{F}=q.\vec{E}=m.a$$
$$\Rightarrow \vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}\,(1)$$

تكون متجهة تسارع دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم ثابتة و لها نفس إتجاه متجهة المجال و تتعلق بكتلة وشحنة الدقيقة.

نسقط العلاقة (1) على المحورين Ox و Oy فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع :

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x=0 \\ a_y=-\dfrac{q}{m}E \end{pmatrix}$$

ب – المعادلة الزمنية

✳ دالة السرعة :

$$\vec{V}=\vec{a}\,t+\vec{V}_0$$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x=a_x t+V_{0x} \\ V_y=a_y t+V_{0y} \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} V_x=V_{0x}=V_0=Cste \\ V_y=\dfrac{-qEt}{m}+0 \end{pmatrix}$$

✳ المعادلة الزمنية :

$$\begin{pmatrix} x(t)=V_0 t+x_0 \\ y(t)=\frac{-qE}{2m}t^2+V_{0y}+y_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x(t)=V_0 t \\ y(t)=\frac{-qE}{2m}t^2 \end{pmatrix}$$

تكون حركة الدقيقة مستقيمية منتظمة على المحور Ox ، بينما تكون مستقيمية متغيرة بإنتظام على المحور Oy.

ج – معادلة المسار y = f (x) :

من النضمة (2) نستنتج أن :

$$\boxed{y=-\frac{qE}{2mV_0^2}x^2}$$

إذن مسار حركة الدقيقة داخل المجال الكهرساكن عبارة عن مسار مستوي و شلجمي

إستنتاج :

حركة الدقيقة داخل المجال الكهرساكن المنتظم شلجمية مستوية.

د – تحديد إحداثيات (S) نقطة خروج الإلكترون من المجال $\vec{E}$:

$$\vec{OS}\begin{pmatrix} x_S=l \\ y_S \end{pmatrix}$$

نعوض في معادلة المسار :

$$y_S=\frac{-qE}{2m\,V_0^2}l^2$$

ح – إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_S$

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x=V_0 \\ V_y=\frac{-qEt}{m} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{V}_S\begin{pmatrix} V_{xS}=V_0 \\ V_{yS}=\frac{-qEt_S}{m} \end{pmatrix}$$

لدينا أيضا :

$$t_S=\frac{x_S}{V_0}=\frac{l}{V_0}\Rightarrow V_{yS}=\frac{-q\,E\,l}{m\,V_0}$$

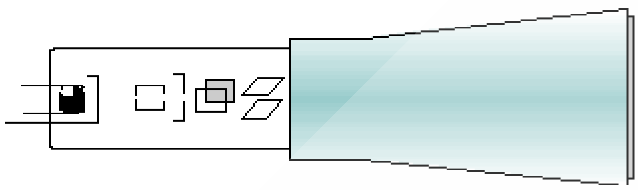
ملحوظة :

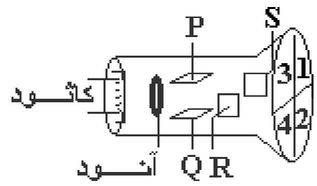
بعد خروج الإلكترون من المجال الكهرساكن تصبح الدقيقة خاضعة لتأثير وزنها المهمل، وبتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك

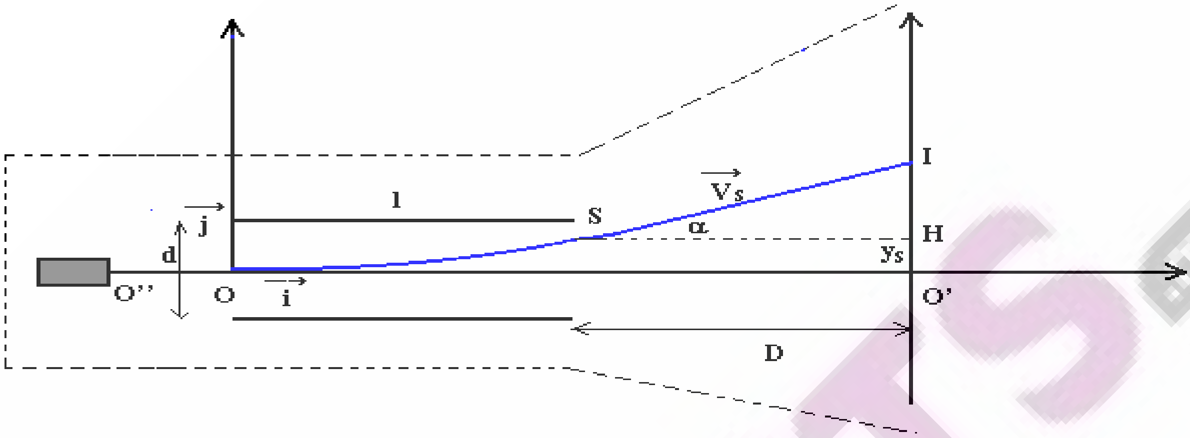
$$\sum\vec{F}_{ext}=\vec{0}=m.\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=\vec{0}\Rightarrow\vec{V}=\vec{V}_S=\overrightarrow{Cste}$$

تصبح حركة الإلكترون خارج المجال الكهرساكن مستقيمية منتظمة ذات سرعة ثابتة V_S.

ر – الإنحراف الكهربائي :







yI = نسمي الإنحراف الكهربائي القياس الجبري

نسمي الإنحراف الكهربائي القياس الجبري $y_I = \overline{OI}$

لدينا : $y_I = O'H + HI = y_S + HI$ و $\tan\alpha = \frac{HI}{HS} = \frac{HI}{D}$

$$\Rightarrow HI = D.\tan\alpha \Rightarrow y_I = y_S + D\tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{V_{yS}}{V_{xS}} = \frac{\frac{-qEl}{mV_0}}{V_0} = \frac{-qEl}{mV_0^2} \text{ و } y_S = \frac{-qE}{2mV_0^2} l^2$$

$$\Rightarrow y_I = \frac{-qE}{2mV_0^2} l^2 - D\frac{qEl}{mV_0^2} = \frac{-qEl}{mV_0^2}\left(\frac{l}{2} + D\right) = \frac{-ql}{mV_0^2 d}\left(\frac{l}{2} + D\right) U_{AB} = Cste \times U_{AB}$$

تبين هذه العلاقة أن الإنحراف الكهربائي يتناسب إطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين A و B.

C. حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

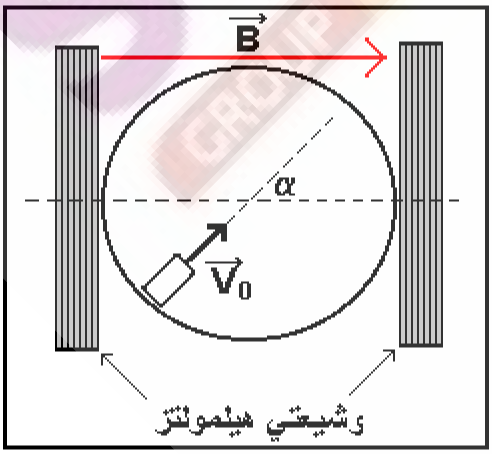
1. الدراسة التجريبية

1. 1. العدة التجريبية

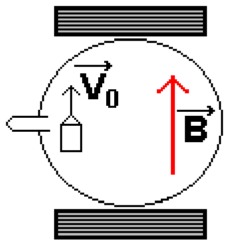
العدة التجريبية تتكون من :

✳ وشيعتي هيلمولتز و أنبوب حزمة الإلكترونات.

وشيعـ تي هيلمول تز تحدثان دا خل أنبوب ح زمة الإلكترونات الذي يحتوي على م دفع (يتجلى دوره في ب عث الإلكترونات ب سرعة بدئ ية V_0 دا خل الأنبوب) مجالا مغناطيسيا منت ظما منظم ي ا مع م ستويي الوشيعت ين عندما يمر فيهما تيار كهربائي مستمر.

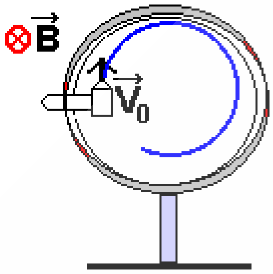


أ – الحالة التي تكون فيها السرعة $\vec{V}_0$ موازية للمجال $\vec{B}$ المحدث من طرف الوشيعتين



نلاحظ أن حزمة الإلكترونات لا تنحرف عن مسارها السابق.
نستنتج أن عندما تكون متجهة السرعة البدئية $\vec{V}_0$ موازية للمتجهة $\vec{B}$ للمجال المغناطيسي المنتظم :
$\vec{V}_0 \parallel \vec{B}$ فإن حزمة الإلكترونات لا تنحرف عن مسارها السابق.

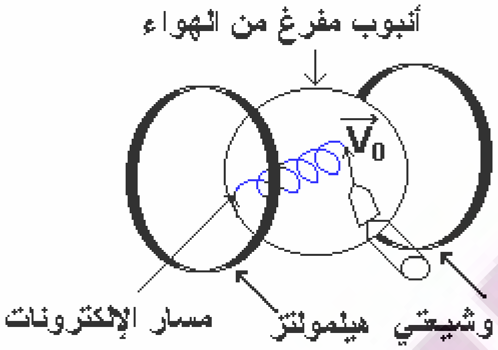
ب – الحالة التي تكون فيها المتجهة $\vec{V}_0$ عمودية على متجهة المجال المغناطيسي $\vec{B}$



نلاحظ أن مسار الإلكترونات مستقيمي عندما لا يمر التيار الكهربائي في الوشيعتين. و عندما نطبق مجالا مغناطيسيا منتظما داخل الأنبوب ، نلاحظ انحراف حزمة الإلكترونات وفق مسار دائري يوجد في مستوى العمودي على $\vec{B}$.
✳ عندما تكون السرعة $\vec{V}_0 \perp \vec{B}$ يكون مسار الإلكترونات أو الدقيقة المشحونة مسار دائري.

ملحوظة :

عندما يكون للسرعة البدئية $\vec{V}_0$ لحزمة الإلكترونات اتجاها أيا كان بالنسبة للمتجهة B للمجال المغناطيسي المنتظم فإن مسار الحزمة الإلكترونية عبارة عن مسار حلزوني (hélicoïdal) تتركب من :
✳ حركة دائرية منتظمة في المستوى العمودي على $\vec{B}$.
✳ حركة مستقيمية منتظمة في اتجاه $\vec{B}$.



1.2. تفسير

أ – القوة المغناطيسية أو قوة لورنتز Force de Lorentz

كل إلكترون أو دقيقة مشحونة في حركة ، عند انحرافها في مجال مغناطيسي فهي تخضع لقوة مغناطيسية تسمى قوة لورنتز نرمز لها بـــ : $\vec{F}$

✳ عندما تكون السرعة $\vec{V}_0 \parallel \vec{B}$: تكون القوة المغناطيسية $F=O$

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{0}=m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}=\vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}=\vec{V}_0=\overrightarrow{Cste}$$

طبيعة حركة الدقيقة المشحونة تكون مستقيمية منتظمة سرعتها ثابتة.
✳ عندما تكون السرعة $\vec{V}_0 \perp \vec{B}$ يكون مسار الإلكترونات أو الدقيقة المشحونة مسار دائري ، تكون متجهة التسارع a في مستوى المسار.

$$\vec{a} \perp \vec{B} \quad \text{و} \quad \vec{V}_0 \perp \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \perp (\vec{B}, \vec{V}_0)$$

إذن القوة المغناطيسية $\vec{F}$ عمودية على المستوى $(\vec{V}, \vec{B})$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \perp (\vec{B}, \vec{V})$$

ب – تعبير قوة لورنتز $\vec{F}$:

يعبر عن قوة لورنتز بالجداء المتجهي :

$$\vec{F}=q\vec{V}\wedge\vec{B}$$

ج – مميزات قوة لورنتز $\vec{F}$:

① الاتجاه : عمودي على المستوى الذي تحدده المتجهتين $q\vec{V}$ و $\vec{B}$.

② المنحى : يجب أن يكون ثلاثي الأوجه $(\vec{F},q\vec{V},\vec{B})$.

لتحديد منحى قوة لورنتز نستعمل إحدى القاعدتين التاليتين :

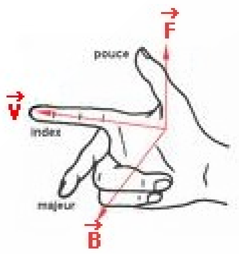
◈ قاعدة الأصابع الثلاث :

تكون الأصابع الثلاث : الإبهام ، السباتة و الوسطى ثلاثي مباشر حيث :

يقابل الإبهام (Pouce : pousser : Force) القوة المغناطيسية $\vec{F}$.

يقابل السباتة المتجهة $q\vec{V}$.

يقابل الوسطى متجهة المجال المغناطيسي $\vec{B}$.



◈ قاعدة البرغي

عند إدارة البرغي في المستوى العمودي على مستوى المتجهتين $q\vec{V}$ و $\vec{B}$ في المنحى بحيث $q\vec{V}$ تتقدم نحو $\vec{B}$ فإن البرغي يتحرك في منحى القوة المغناطيسية F.

③ الشدة :

$$\|\vec{F}\|=qVB\sin(\vec{B},\vec{V})$$

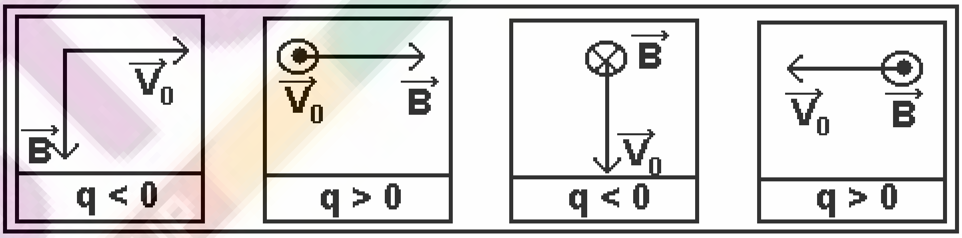
خلاصة :

$\alpha=0$ أو $\alpha=\Pi$ $\Leftrightarrow F=0$

$$\alpha=\frac{\pm\Pi}{2}\Rightarrow F=F_{max}$$

تطبيق 1 :

I - حدد في الحالات التالية منحى قوة لورنتز.

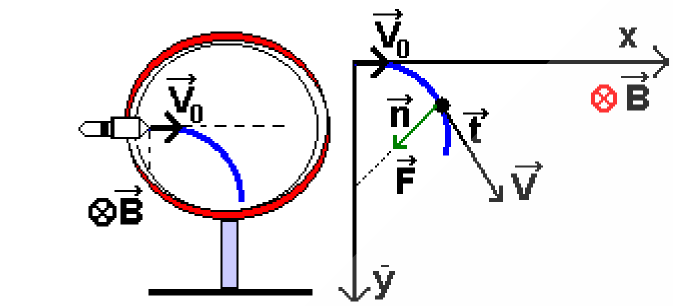


2. الدراسة النظرية

الهدف من هذه الدراسة هو التحقق من أن تطبيق علاقة لورنتز $\vec{F}=q\vec{V}\wedge\vec{B}$ يؤدي إلى نفس النتائج المحصلة تجريبيا.

لندرس حركة دقيقة ، شحنتها q (إلكترون) و كتلتها m ، في الحالة التي تدخل فيها الدقيقة المجال المغناطيسي المنتظم B بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ عمودية على $\vec{B}$.

① المعادلة الأساسية :

	نماثل الدقيقة بنقطة مادية. ونختار معلما مرتبطا بالأرض $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث تكون المتجهة الوحيدية k على استقامة واحدة مع المتجهة $\vec{B}$ للمجال المغناطيسي ، بينما المتجهة $\vec{V}_0$ توجد في المستوى المتعامد مع $\vec{B}$. كما أن الأصل O للمعلم ينطبق مع النقطة التي تدخل فيها الدقيقة المجال المغناطيسي في اللحظة t = 0.

نطبق مبرهنة مركز القصور على الدقيقة في لحظة t ، فهي تخضع إذن لقوتين :

$\vec{P}$: وزنها

$\vec{F}$: القوة المغناطيسية أو قوة لورنتز

ليكن $\vec{a}$ تسارع الدقيقة ، إذن :

$$\sum \vec{F}_{ext}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{P}+\vec{F}=m.\vec{a}$$

بإهمال الوزن أمام القوة المغناطيسية نكتب :

$$q\vec{V}\Lambda\vec{B}=m.\vec{a} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F}=m.\vec{a}$$

✳ المسار مستو

نعلم أن المتجهة $\vec{B}$ للمجال المغناطيسي و المتجهة الوحيدية k على استقامة واحدة وأن السرعة البدئية للدقيقة (إلكترون) عند ولوجها المجال المغناطيسي عمودية على $\vec{B}$. و عليه فالقوة المغناطيسية $\vec{F}$ متعامدة مع $\vec{B}$ حيث توجد في مستوى عمودي على $\vec{B}$.

إحداثيات كل من $\vec{F}$ و $\vec{a}$ على المحور Oz :

$a_z = 0$ و $F_z = 0$

نستخرج بالمكاملة أن :

$$z=\frac{1}{2}a_z t^2+V_{oz}+z_0 \text{ و } V_z=a_z t+V_{0z}$$

نستنتج إذن أن الإحداثي z يبقى دائما منعدم. و عليه فالحركة مستوية. حيث تتحرك الدقيقة في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$.

✳ المسار دائري

تعطي العلاقة الأساسية للديناميك :

$$a=\frac{q\vec{V}\Lambda\vec{B}}{m}$$

باستعمال أساس فريني المتحرك $(M,\vec{t},\vec{n})$ (الشكل أعلاه) نجد :

نستنتج من هذه العلاقة أن متجهة التسارع $\vec{a}$ متعامدة مع $\vec{V}$ في كل لحظة ، فهي إذن منظمية.

$$a=a_N$$

إذن : $\|\vec{V}\|=Cste \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dt}=0 \quad \Rightarrow \quad a_T = 0$

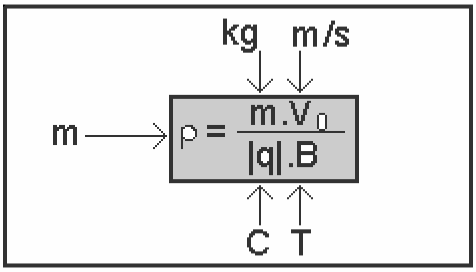
منظم متجهة السرعة ينحفظ أثناء حركة الدقيقة في المجال المغناطيسي. الحركة إذن منتظمة.

$$\vec{a}=\vec{a}_N=\frac{V^2}{\rho}\vec{n}=\frac{q\vec{V}\Lambda\vec{B}}{m}=\frac{|q|VB}{m}\vec{n}$$

$$\rho=\frac{mV}{|q|B}=\frac{mV_0}{|q|B}=Cste$$ ⇐ شعاع انحناء المسار الدائري

خلاصة :

تأخذ دقيقة شحنتها q و كتلتها m، عند ولوجها مجالا مغناطيسيا منتظما بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ متعامدة مع متجهة المجال $\vec{B}$ ، حركة دائرية منتظمة حيث يكون المسار في مستوى عمودي على المجال و شعاعه هو :



تمثل الكمية $m.V_0$ في العلاقة أعلاه كمية حركة الدقيقة : $P = m.V_0$ وبالتالي نكتب :

$$P=\rho|q|B$$

تبين هذه العلاقة أنه يمكن حساب كمية حركة الدقيقة و ذلك بقياس شعاع انحناء المسار الدائري.

تمثل الكمية $\frac{V_0}{\rho}$ سرعة الزاوية ω حيث :

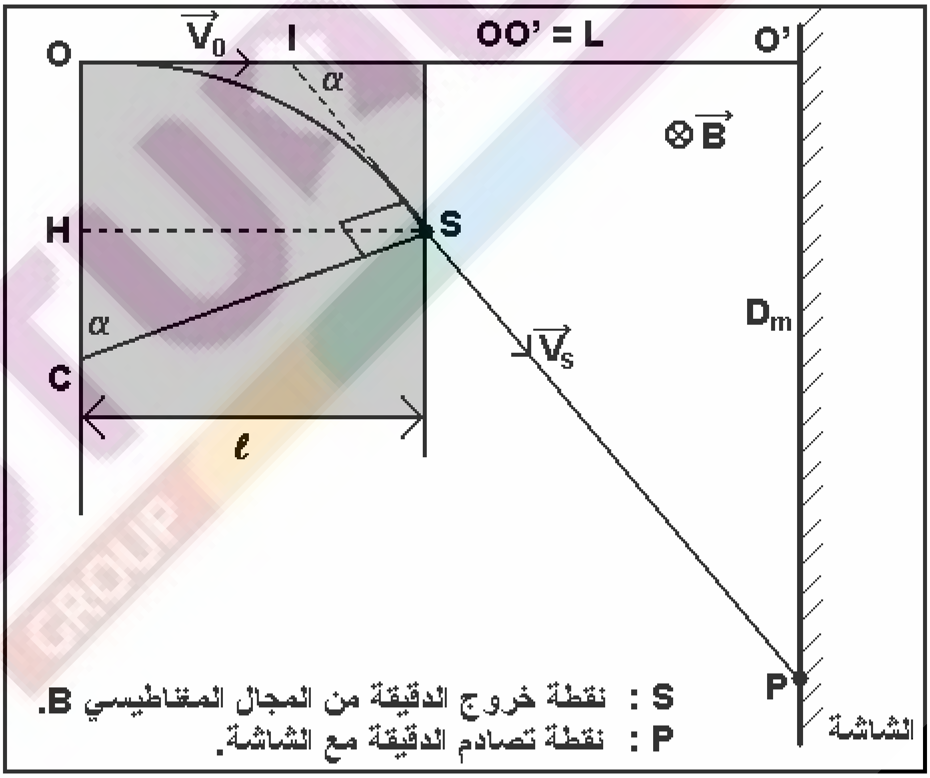
$$\omega=\frac{|q|B}{m}$$

دور الحركة الدائرية هو :

$$T=\frac{2\Pi m}{|q|B}$$

3. تطبيقات

3. 1. الانحراف المغناطيسي



عند خروج الدقيقة من المجال المغناطيسي $\vec{B}$ لا تخضع إلا لتأثير وزنها المهمل.

$$\sum\vec{F}=\vec{0}\Rightarrow\vec{V}_S=\vec{V}_0=\overrightarrow{Cste}$$

تصبح حركة الإلكترون مستقيمية منتظمة سرعتها ثابتة $\vec{V}_0$ ، اتجاهها مماس للمسار الدائري عند النقطة S. نسمي الانحراف المغناطيسي Dm = O'P و نسمي الانحراف الزاوي $\alpha=(\widehat{OIS})$ حيث :

$$\tan\alpha=\frac{D_m}{L-OI} \text{ و } \sin\alpha=\frac{l}{\rho}$$

مع العلم أن الزاويتان $(\widehat{PIO'})$ و $(\widehat{HCS})$ متساويتان لكون ضلعيهما متعامدين.

في الأجهزة المستعملة تكون α صغيرة لأن L >> l ، وبالتالي :

$$\sin\alpha = \tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{l}{\rho}=\frac{D_m}{L}\Rightarrow D_m=L.\frac{l}{\rho}=L.\frac{l}{\frac{mV_0}{|q|B}}$$

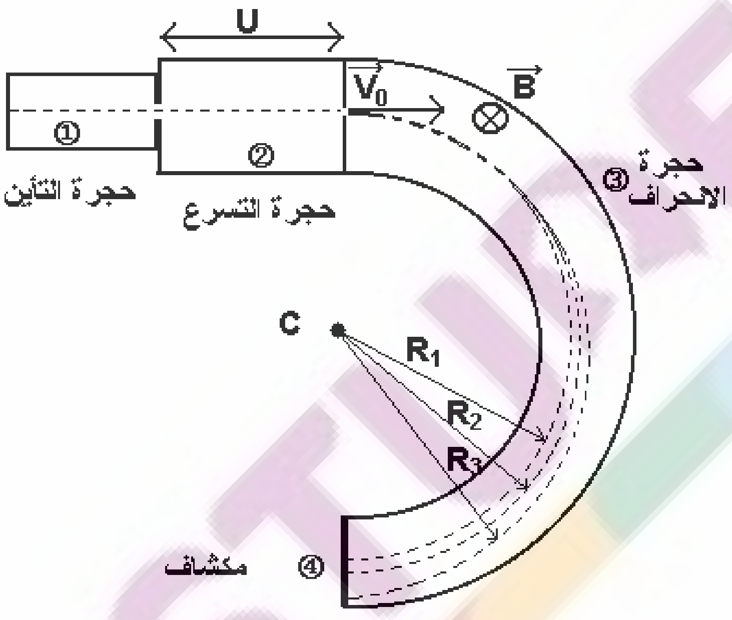
$$D_m=\frac{L|q|B\,l}{mV_0}$$

لدينا $$\tan\alpha=\frac{HS}{HC}=\frac{l}{HC}$$

$$CS^2=CH^2+HS^2\Rightarrow CH^2=CS^2-HS^2\Rightarrow CH=\sqrt{\rho^2-l^2}$$

$$\tan\alpha=\frac{l}{\sqrt{\rho^2-l^2}}$$

3. 2. راسم الطيف للكتلة Spectromètre de masse



$$V_0=\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

يتجلى دور را سم ال طيف للكتلة في فرز (Triage) أيونات لها كتل مختلفة.

يتكون را سم ال طيف للكتلة أو ا لسبيكتروم ر من صنف دوبسطر (Dempster) من العناصر التالية :

① حجرة التأين : تحدث من هذه الحجرة ، بسرعة تقريبا منعدمة ، أيونات ذات كتل مختلفة.

② حجرة الت سرع : ي تم ت سريع الأيونات بوا سطة توتر U فتخترق هذه الأيونات حجرة الانحراف بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ حيث .

$$\Delta E_C = W(\vec{P}) + W(\vec{F})$$

بما أن الوزن $\vec{P}$ للدقائق م همل أمام القوة الكهربائية $\vec{F}=q.\vec{E}$ نكتب :

$$\Delta E_C = W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2-0=F.d=|q|E\,d=|q|\frac{U}{d}d=|q|U$$

③ حجرة الانحراف : تخ ضع الأيونات في هذه الحالة إلى تأث ير المجال المغناطي سي المنت ظم $\vec{B}$ العمودي على $\vec{V}_0$.

④ المكشاف : يتجلى دوره في التقاط الأيونات ع ن د وصولها ، ح يث تترك هذه الأخيرة أثرا ح ين ا صطدامها بالمكشاف.

$$\rho=\frac{mV_0}{|q|B}=\frac{m}{|q|B}\sqrt{\frac{2|q|m}{B^2|q|}}\Rightarrow\rho^2=\frac{2Um}{B^2|q|}\Rightarrow\frac{|q|}{m}=\frac{2U}{\rho^2B^2}$$

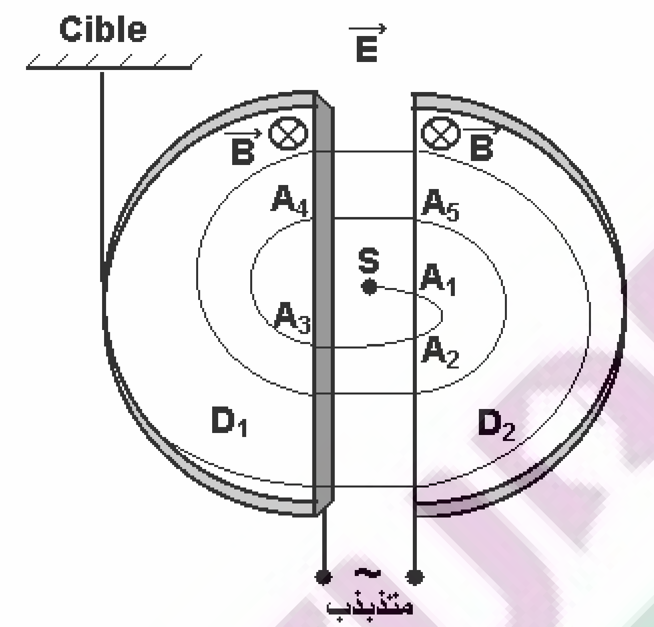
B و U مقداران ثابتان ، وبالتالي بمعرفة ρ يمكن حساب النسبة $\frac{|q|}{m}$ (الشحنة الكتلية) الخاصة بكل دقيقة.

راسم الطيف للكتلة آلة ضرورية تتلخص وظائفها في :

✳ قياس كتلة النظائر.
✳ مطابقة نظائر عنصر ما.
✳ معرفة التركيب النظيري لعنصر ما.
✳ تحليل خليط غازي أو صلب.
✳ تحدد صيغة المركبات العضوية.

3 .3. مبدأ السيكلوترون

السيكلوترون جهاز مسرع للدقائق مشحونة accélérateur ، يتكون من علبتين موصلتين (D_1) و (D_2) على شكل نصف أسطوانتين مفرغتين ، تفصل بينهما مسافة جد قصيرة بالنسبة لشعاعها.
نسمي العلبتين دي (dées) نسبة لشكلهما الذي يشبه الحرف D. من أضخم أجهزة السيكلوترون يوجد بجونيف CERN Centre europeen de Recherche Nucléaire.



توضع المجموعة المتكونة من (D_1) و (D_2) أفقيا في مجال مغناطيسي رأسي منتظم B. يطبق بين (D_1) و (D_2) توتر متناوب (أي مجال كهرساكن متغير) دوره T يساوي مدة دوران الدقائق طول مسارها الدائري.

في كل لحظة التي يكون فيها المجال $\vec{E}$ قصويا ، يبعث المنبع S أيونات تسرع نحو (D_1) فتنجز نصف دورة خلال مدة زمنية $\frac{T}{2}$ حسب مسار دائري فتصل إلى النقطة A_2 في اللحظة التي يعكس فيها المجال E فتسرع من جديد نحو (D_2) لتنجز تحت تأثير B نصف دورة ذات شعاع أكبر. وهكذا ، وبعد عبور الأيونات من دي إلى آخر ، تتزايد الطاقة الحركية للدقائق بتزايد شعاع مسارها.

سرعة الأيونات هي

لدينا :

$$E_C=\frac{1}{2}m V_0^2 \text{ و } \rho=\frac{m V_0}{|q| B} \Rightarrow E_C=\frac{q^2 B^2 \rho^2}{2m}$$

يمكن أيضا رفع قيمة E_C برفع شدة المجال المغناطيسي B و ذلك باستعمال مغانط فوق الموصلية : aimants supraconduteurs.

ملحوظة :

خلال نصف دورة $\frac{T}{2}$ لدينا :

$$\Delta E_C=W(\vec{F}_e)+W(\vec{F}_m)=\vec{F}_e.\vec{SA_1}+\vec{F}_m.\vec{A_1A_2}$$

$$=|q|\frac{U}{d}.\vec{SA_1}=|q|U$$

خلال دورة كاملة لدينا :

$$\Delta E_C=2|q|U$$