الثانية علوم رياضية	فرض محروس 1	2015-14

التمرين الاول :

أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-\sqrt{x+1}-2}{x+\sqrt{x^2-1}+2}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \dfrac{\sqrt{\tan x-\sin x}}{x\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to9} \dfrac{x\sqrt{x}-5\sqrt[3]{2x+9}-12}{\sqrt{x}-3}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \dfrac{E(\sin x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\arctan(x+1)-\arctan x\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}\left(\arctan\left(\dfrac{x}{\sqrt{2x+1}}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right)$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\left(E\left(\dfrac{2}{x}\right)-E\left(-\dfrac{1}{x}\right)\right) & ; \quad x<0 \\ f(0)=3 & \\ f(x)=\dfrac{x+2\sin x}{2x-\sin x} & ; \quad x>0 \end{cases}$$

1) بين ان f متصلة على يمين النقطة 0

2) هل الدالة f متصلة في النقطة 0 ؟

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{xE(2x)+1}{x-2\sin x}$

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} E(2x)=+\infty$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن $f(x)\le\dfrac{2x^2+1}{x-2}$ $\quad(\forall x<-2)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

التمرين الرابع :

1) لتكن f دالة متصلة على المجال $[a,b]$ بين أن $5f(\alpha)=2f(a)+3f(b)$ $\quad(\exists\alpha\in[a,b])$

2) لتكن f دالة متصلة على المجال $[0,1]$ وبحيث $f(0)=f(1)$ و $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=f\left(\dfrac{2}{3}\right)$

بين أن $f(\beta)=f\left(\beta+\dfrac{2}{3}\right)$ $\quad\left(\exists\beta\in\left[0,\dfrac{1}{3}\right]\right)$

التمرين الخامس :

ليكن n عددا من $\mathbb{N}^*-\{1\}$ ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f_n(x)=x^{2n}+3x-2$

1) أ) بين أن f_n تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال J يتم تحديده

ب) استنتج أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_n

2) بين أن $x_n<\dfrac{2}{3}$ $\quad(\forall n\ge2)$

3) أ) بين أن $f_n(x_{n+1})=x_{n+1}^{2n}(1-x_{n+1}^2)$

ب) أدرس إشارة $f_n(x_{n+1})$ ثم استنتج أن $x_n<x_{n+1}$