

التمرين الأول:

$\sqrt{x+1} = 1-t$ يمكن وضع $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi\sqrt{x+1})}{x}$: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+x}}{x^2} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - 1 - x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt[4]{x^2+x} - \sqrt{x+1} \right)$$

التمرين الثاني:

ليكن a من $]-\infty, 0]$ و نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

أنشر $(t-1)(t+1)^2$ ثم حدد قيمة a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة a

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} g(x) = (x-1)^2 \left| \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \right| & ; \quad x \neq 0 \\ g(0) = \frac{\pi}{2} & \end{cases}$$

لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

1) بين أن g قابلة للاشتقاق على يمين النقطة $x_0 = 0$ وأن $\pi - x_0$ و $\pi - x_0$:

2) هل الدالة g قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0 = 0$ ؟

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $D = [0, +\infty]$ بما يلي :

1) أ- أدرس منحى تغيرات الدالة h

ب- بين أن h تقابل من D نحو مجال J يتم تحديده

ج- أدرس قابلية اشتتقاق الدالة h على يمين النقطة $a = 0$ وأول التبيبة هندسيا

2) أحسب $h^{-1}(x)$ لكل x من J

3) أرسم منحني الدالة h و منحني الدالة العكسية h^{-1} في نفس المعلم

التمرين الخامس:

نعتبر الدالة F المعرفة على $I = [0, \pi]$ بما يلي :

1) بين أن F تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

2) بين أن الدالة F^{-1} قابلة للاشتقاق على المجال $J = [-1, 1]$ وأن $F^{-1}'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

3) بين أن $\int_0^1 F^{-1}(\sqrt{x}) + F^{-1}(\sqrt{1-x}) dx = \frac{\pi}{2}$

التمرين السادس:

1) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتبة على المجال $[a, b]$ وبحيث $f'(a)f'(b) < 0$ و $f(a) = f(b)$ وبين أن $\exists c \in [a, b] \quad f''(c) = 0$

2) بين أن $\left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right) \left(\exists \alpha \in \mathbb{R}^+ \right) \quad n \arctan \alpha = \sum_{k=1}^{n-1} \arctan \left(\frac{k}{n} \right)$