

التمرين 1

A. حدد نهاية المتالية  $(u_n)$  في كل حالة من الحالات التالية

$$u_n = \frac{3^n - (-2)^n}{3^n} ; u_n = n - \sqrt{n} + 2^n ; u_n = -1 + \frac{1}{2^n} ; u_n = 4 + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

4

B. نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي

$$u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n + \frac{1}{6} : n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2$$

1. بين بالترجع أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 < u_n$ .

2. بين أن  $(u_n)$  متالية تناظرية ثم استنتج أنها متقاربة.

3. نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $v_n = u_n - 1$

أ. بين أن  $(V_n)$  متالية هندسية أساسها  $\frac{5}{6} = q$  محددا حدتها الأول.

ب. استنتاج أن :  $n \in \mathbb{N} \quad u_n = 1 + \left(\frac{5}{6}\right)^n$

ج. حدد نهاية المتالية  $(u_n)$

C. نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{3u_n}{18 + u_n} : n \in \mathbb{N}$

1. بين بالترجع أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < u_n$ .

2. بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} \leq \frac{1}{6}u_n$ .

3. استنتاج أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n \leq \left(\frac{1}{6}\right)^n$

4. حدد نهاية المتالية  $(u_n)$

التمرين 2

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $I = [0; +\infty]$  كما يلي :

1. بين أن الدالة  $h$  تزايدية قطعا على المجال  $[0; +\infty]$ .

2. أحسب  $h(1)$  ، ثم استنتاج إشارة  $h(x)$  عندما تتغير  $x$  على المجال  $[0; +\infty]$ .

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $I = [0; +\infty]$  كما يلي :

ليكن  $(C)$  تمثيلها المبيانى في معلم متعمد منظم  $(\bar{O}, \bar{i}, \bar{j})$ .

أ.1. بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

أ.2. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$  لكل  $x$  من  $[0; +\infty]$ .

ب. استنتاج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعا على المجال  $[1; +\infty]$  و تناظرية قطعا على المجال  $[0; 1]$ .

ج. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ، ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ثم استنتاج طبيعة الفرع اللانهائي لـ  $(C)$  بجوار  $+\infty$ .

4. أنشى المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(\bar{O}, \bar{i}, \bar{j})$